



DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO

DIFFICULTIES IN LEARNING INTEGERS IN SEVENTH GRADE
STUDENTS

Luis José Amaya García¹

Recepción: 15 Agosto de 2022
Aceptación: 18 Septiembre de 2022
Artículo de investigación

Resumen

Esta investigación se desarrolló en el ámbito del estudio de las dificultades que pueden presentar en el aprendizaje de los números enteros estudiantes de grado séptimo de la I.E Técnica Industrial y Minera, de Paz de Río, Boyacá. El tipo de investigación es cualitativo y descriptivo, la técnica utilizada para la recolección de información fue la observación, cuestionarios de pregunta abierta y cerrada y el análisis escrito. El marco teórico se fundamenta en el enfoque de George Polya en la resolución de problemas y la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud. Las intervenciones en el aula estuvieron bajo el enfoque de investigación-acción educativa, se caracteriza por la observación, reflexión, acción. Se investigó las dificultades que presentan los estudiantes para resolución de problemas con números enteros.

Palabras claves: números enteros, enseñanza, resolución de problemas, investigación-acción, situación didáctica.

¹ Licenciado en Ciencias de la Educación, Física y Matemáticas Universidad Pedagógica y Tecnología de Colombia. Tunja Boyacá. E-mail: profeamaya13@hotmail.com



Abstract

This research was developed within the scope of the study of the difficulties that may be presented in the learning of the seventh grade students of the I.E Técnica Industrial y Minera, in Paz de Río, Boyacá. The type of research is qualitative and descriptive, the technique used for data collection was observation, open and closed question surveys, and written analysis. The theoretical framework is based on George Polya's approach to problem solving and Gérard Vergnaud's theory of conceptual fields. The interventions in the classroom were under the educational action research approach, characterized by observation, reflection, action. The difficulties presented by students to solve problems with integers were investigated.

Keywords: *integers, teaching, problem solving, action research, didactic situation.*

Introducción

Esta intervención consta de lo siguiente: diagnóstico, caracterización, análisis de pruebas internas y externas.

Del diagnóstico de las dificultades presentadas por los estudiantes, surgió una propuesta como estrategia pedagógica que facilitara el aprendizaje significativo de los números enteros y el que el estudiante encuentra su uso en la cotidianidad.

El objetivo de la investigación se centró en el enfoque de George Polya referente a la resolución de situaciones problema, centrándose en el estudio de las dificultades en el aprendizaje de los números enteros; se dan las conclusiones y recomendaciones que resultaron de la investigación "Dificultades en el aprendizaje de los números enteros en estudiantes de grado séptimo" realizada en la institución educativa técnica industrial y minera, "IETIM" ubicada en el municipio de Paz de Río, departamento de Boyacá.

Metodología

El enfoque y tipo de investigación en el cual se apoya el paradigma interpretativo cualitativo, que se caracteriza por ser un proceso de indagación flexible. Corbin y Strauss (2002) se refieren a este paradigma, como un tipo de investigación que produce hallazgos a los que no solo



se llega por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cuantificación.

Según lo refiere Sabino (1992), el paradigma interpretativo “Comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o proceso de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre grupo de personas, o cosas” (pág. 88). Con base en lo anterior se analizó e interpretó el trabajo de los estudiantes de grado séptimo al abordar la solución de situaciones problema, haciendo uso de operaciones con números enteros. El análisis comienza con los resultados de las respuestas obtenidas en la prueba diagnóstica, aplicada a la muestra de este grupo para determinar las dificultades en el aprendizaje de los números enteros.

En esta investigación se buscó identificar en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Técnica Industrial y Minera del Municipio de Paz de Río (Boyacá), las posibles causas que se relacionan con las dificultades de su aprendizaje, al momento de resolver problemas matemáticos y una posible alternativa para darles solución utilizando la heurística de Polya.

Dentro de la investigación se realizó una intervención que según Rodríguez y Col (1990), es un diseño, plan, actividad o planteamiento, creativo, sistemático e ideado que surge de una necesidad, a fin de cubrir o satisfacer dicha ausencia, problemática o falta de funcionalidad para obtener mejores resultados en determinada actividad.

Según Ambriz A. (2017), en el diseño del proyecto de intervención se contemplaron cuatro fases:

- ◆ Primera fase: Diagnóstico y análisis de las necesidades de intervención.
- ◆ Segunda fase: Planificación y diseño de los componentes del plan de acción.
- ◆ Tercera fase: Ejecución de las acciones del plan propuesto.
- ◆ Cuarta fase: Evaluación formativa (del proceso) y avance (del producto).



Diagnóstico y análisis de las necesidades de intervención.

Según Gómez, A. (2007), todo proceso de intervención es producto de la reflexión y el análisis de las necesidades. El diagnóstico de necesidades contempla dos fases: la identificación (a través de la reflexión se identifican las necesidades) y la priorización (donde se establecen prioridades y se toman decisiones sobre asignación de recursos).

Componentes del plan de acción. Según Gómez, A. (2007), los componentes son: determinación de los objetivos de la intervención, ejecución y evaluación. Sugiere tener en cuenta como indicadores de evaluación, la independencia, la verificabilidad, la validez, y la accesibilidad.

Población: La investigación se realizó en la Institución Educativa Técnica Industrial y Minera (IETIM) del municipio de Paz de Río (Boyacá); la población objeto está constituida por una muestra de estudiantes del grado séptimo.

Es una población muy particular puesto que son un grado de género mixto, pertenecen en su gran mayoría a la comunidad en la cual se integra la Institución, por lo tanto, en un 90% de la población se dan relaciones interpersonales de familiaridad y de vecindad.

Muestra. La población se obtuvo por un muestreo intencional, con la cual trabajó el diagnóstico fueron nueve niñas y siete niños, quienes pudieron presentar la prueba escrita presencial, limitada por la situación de protocolos de seguridad derivados de la pandemia Covid-19; estos niños oscilan entre los 11 y los 14 años.

Instrumentos. Fue un cuestionario de pregunta abierta, aplicado a los estudiantes.

Prueba diagnóstica. Prueba para identificar las dificultades en el aprendizaje de los números enteros en estudiantes de grado séptimo; su propósito era que el estudiante demostrara la adquisición de un aprendizaje cognoscitivo; por sus características, se hizo de contestación escrita. Con la aplicación de la prueba escrita se recogieron evidencias de los aprendizajes alcanzados para tratar de ver el rendimiento de los estudiantes en el aprendizaje de los números enteros.

La prueba diagnóstica estuvo dividida en tres partes:



Primera parte: La prueba se presentó en forma de juego; para poder desarrollarla, el estudiante realizó una serie de operaciones todas con números enteros.

Segunda parte: La prueba presentó tres situaciones, en las que se debía comparar cantidades, colocando signos como mayor que, menor que e igual; que luego debía usar las propiedades de la potenciación y radicación para hallar el valor de la incógnita, de tal manera que la igualdad fuera verdadera; finalmente se enunciaron situaciones problema donde el estudiante debía hacer un planteamiento y hacer una justificación para dar la respuesta.

Tercera parte: Era una prueba de selección múltiple con única respuesta, en la que el estudiante encontraba preguntas, cada una con cuatro posibles respuestas, el estudiante debía escoger solo una y justificar su elección.

Diseño de investigación: Exploratorio secuencial comparativo

Para el presente estudio de investigación, se gira en torno al enfoque mixto con predominio cualitativo; al respecto Hernández Sampieri et al, (2008) afirman:

Representan un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación e implican la recolección y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos, así como su integración y discusión conjunta, para realizar inferencias producto de toda la información recabada (metainferencias) y lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio (p.534).

Este diseño responde al enfoque mixto de preponderancia cualitativa, lo cual se considera relevante en el proceso de investigación, en un primer momento, al aplicar los instrumentos de prueba entrada y la prueba de verificación, para obtener datos cuantitativos, lo cual origina que en una segunda fase de la investigación sean recolectados datos cualitativos importantes a partir de matrices de información, generando así una integralidad y comparación en la interpretación de los resultados para dar respuesta a la pregunta de investigación.

Técnicas de recolección de la información.

El instrumento que se utilizó para la recolección de la información fue la prueba diagnóstica, presentada como un cuestionario con preguntas abiertas, cerradas y de verificación que permitió evidenciar cada una de las categorías de análisis propuestas para dar cuenta de las causas que se presentan en la resolución de situaciones problemas en los estudiantes de grado séptimo.

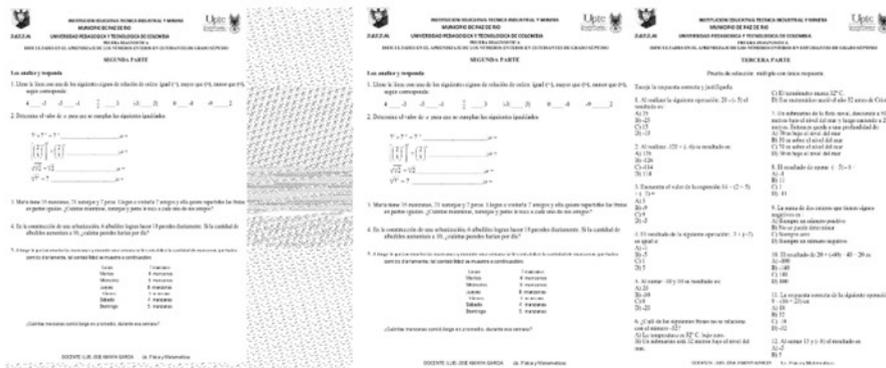


Resultados y Discusión

Se analizaron las posibles dificultades que se alcanzaron en la exploración que se hizo; los resultados obtenidos en esta exploración se presentan en tres partes:

Primera parte: Se le dio instrucciones a los estudiantes y se les pidió que primero leyeran e interpretaran la información dada, para poder iniciar a manera de juego la actividad, ya que debían desarrollar unos ejercicios que constaban de las cuatro operaciones básicas que debían seguir en orden (restas, productos, divisiones y sumas) y cuyas respuestas estaban en orden orientando al estudiante el camino a seguir dentro del laberinto, esta sección se hizo para atraer la atención del estudiante e introducirlo en el tema.

Figura 1 Prueba diagnóstica



El grafico nos muestra el modelo de la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes.

Segunda parte: “lea analice y responda” consta de cinco ejercicios, el primero se trata de colocar signo de relación de orden (igual, mayor que, menor que) según correspondía en cada relación, en el segundo ejercicio se colocaron actividades de potenciación y radicación para que el estudiante aplique las propiedades, hallando una variable (los puntos 3,4 y 5 son problemas de la cotidianidad).

Tercera parte: prueba de selección múltiple consta de 20 enunciados con cuatro opciones de respuesta de las cuales solo una es verdadera; se realizó con el fin de mostrarle al estudiante cómo pueden ser los esquemas de las pruebas saber.



Resultados de la prueba diagnóstica.

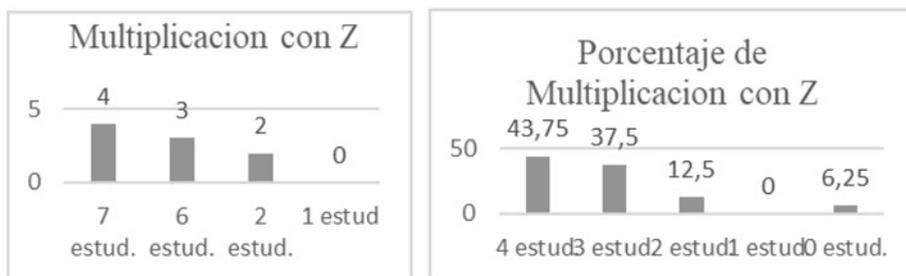
Enseguida se presentan los resultados alcanzados en cada parte se evidencia los saberes y competencias matemáticas que poseen los estudiantes participantes en la investigación. Además, se precisan las respuestas correctas e incorrectas con relación a las variables que nos sirven para el análisis del objeto matemático y los obstáculos epistemológicos manifestados por Glaeser (1981, citado por Cid, 2000).

Los resultados fueron:

Análisis de la primera parte del diagnóstico

La mayoría aplica la ley de los signos en la multiplicación, pero la confunden con la de la suma, identifican que una multiplicación puede ser una suma abreviada

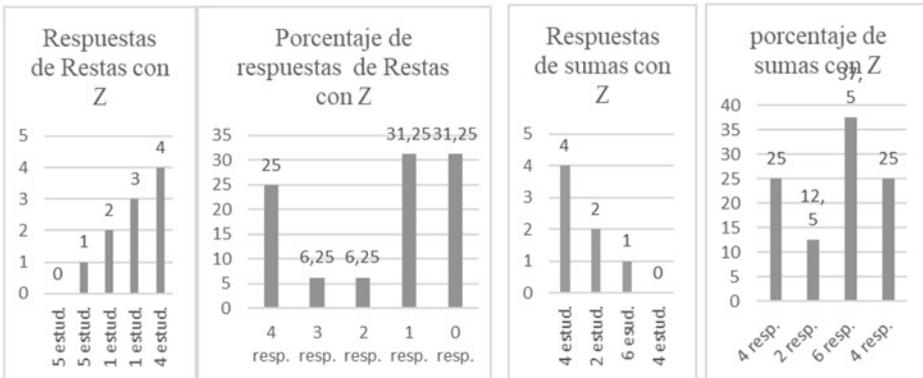
Figura 2 Respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre multiplicación



Los estudiantes en la ley de los signos para la sustracción no tienen en cuenta que el primer número de una operación no siempre es positivo y que al restar a un número positivo otro negativo nos da una suma cuyo resultado puede ser tanto un número positivo como uno negativo dependiendo quien tiene el mayor valor absoluto para su signo.



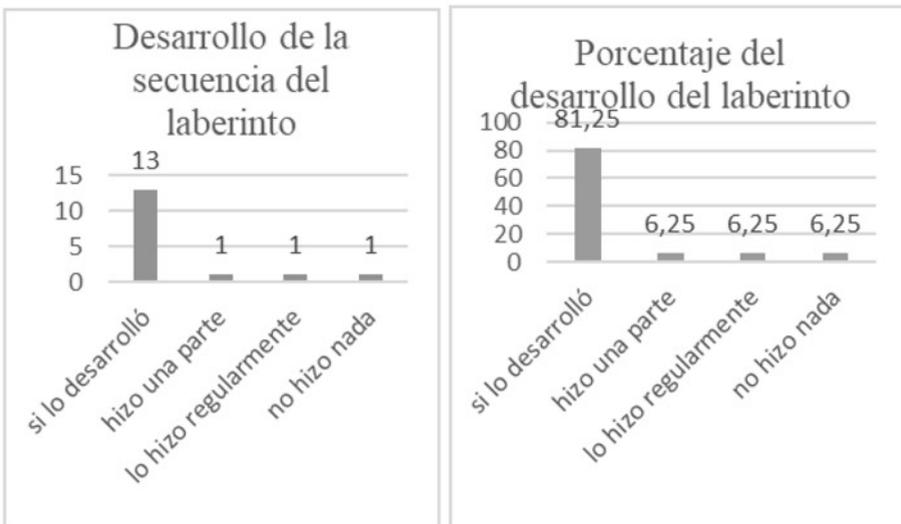
Figura 3 Respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre ley de los signos para la suma



La gran mayoría interpreta la división de números enteros y aplica la ley de los signos.

La mayoría de los estudiantes desarrolló el laberinto, pero se evidencia que no tuvieron en cuenta las instrucciones dadas antes de empezar la actividad.

Figura 4 Respuestas de los estudiantes al desarrollar la prueba del laberinto





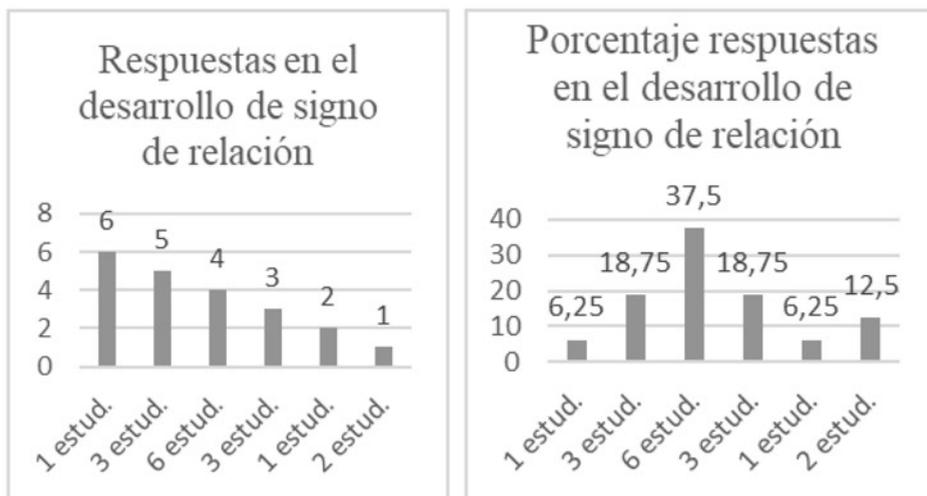
Al analizar las respuestas, en la primera parte de la prueba diagnóstica, se les presentan a los estudiantes los siguientes obstáculos:

- El reconocimiento del número como cantidad tanto positiva como negativa y de orden; la identificación de número como una cantidad es un obstáculo que se presenta al realizar las operaciones aritméticas y de orden.
- En el concepto de suma como la operación de agregar, o añadir una cantidad a otra, muy pocos desarrollaron los ejercicios donde involucraban operaciones con cantidades de diferente signo.

Análisis de la segunda parte del diagnóstico:

Los estudiantes al realizar las operaciones asignadas en ocasiones ignoran el signo y al resolver el ejercicio se les olvida colocarlo, sobre todo si es negativo.

Figura 5 Respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre la relación de signo

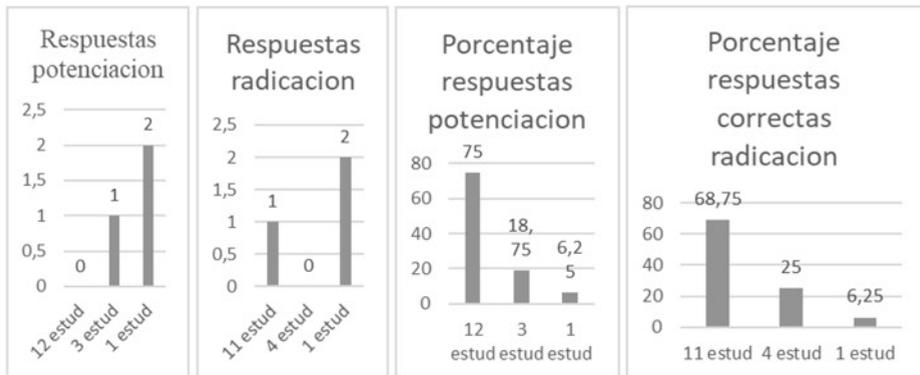


- En cuanto a los ejercicios de potenciación y de radicación se tiene que los estudiantes confunden las propiedades de la potenciación referente a potencia de una potencia con producto de potencias de igual base y en la radicación raíz de una raíz y raíz de una potencia que los lleva a un manejo inadecuado de conceptos y un mal manejo de las propiedades de las operaciones.



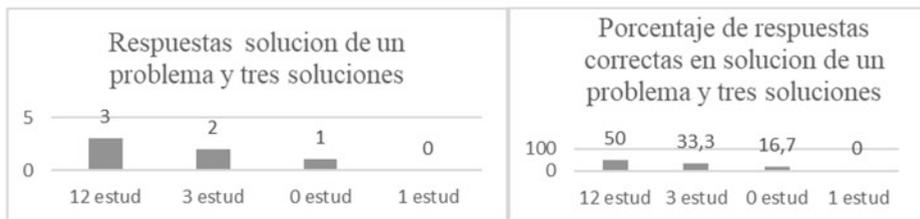
- En las gráficas de potenciación y radicación la mayoría de los estudiantes muestran dificultades en el manejo de las propiedades que deben utilizar para el desarrollo de los ejercicios porque las han olvidado.

Figura 6 Respuestas de los estudiantes a las preguntas sobre radicación y potenciación



- Fracaso en la inversión de una relación de orden y/o de distribución.
- Inconvenientes en la interpretación de situaciones problemáticas
- Problema para trabajar en el paso de los distintos lenguajes: coloquial, algebraico y gráfico.

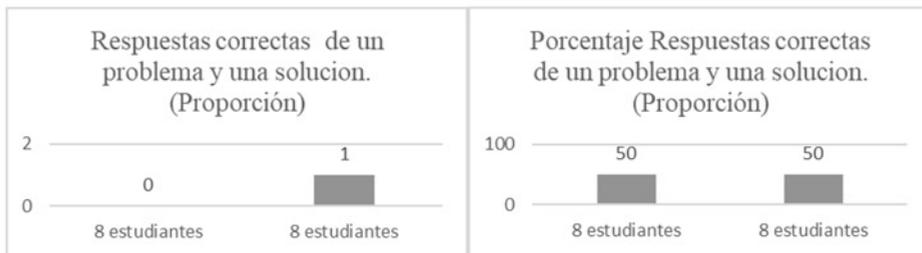
Figura 7 Respuestas de los estudiantes de los problemas con varias soluciones



- La mitad de la muestra desarrolló correctamente el problema, en el cual debían aplicar una regla para determinar el resultado de acuerdo con una relación de proporción.



Figura 8 Respuestas de los estudiantes al problema de proporción



El 100% de los estudiantes no entendieron que el ejercicio consistió en hallar un promedio de una serie de datos solo se limitaron a sumar los valores de los datos.

Análisis de la tercera parte del diagnóstico.

Al desarrollar pruebas de selección múltiple con única respuesta se evidencia que están relacionados con el cálculo al operar con diferente signo, los estudiantes muestran confusión al trabajarlos con números negativos porque no diferencian entre la sustracción y el concepto de número negativo.

En la pregunta ¿Un submarino de la flota naval, desciende a 50 metros bajo el nivel del mar y luego asciende a 20 metros, entonces queda a una profundidad de?, es un ejemplo de la utilización de la recta numérica en forma vertical, solo dos estudiantes la respondieron los demás se confundieron al realizarlo porque no entendieron el problema, pero en el ejercicio: después de subir 6 pisos el ascensor de un edificio llega al piso 5 ¿De qué planta ha salido?, diez estudiantes sí lograron desarrollarlo.

Solo cinco estudiantes pudieron interpretar un enunciado de una propiedad de la suma para poder dar su respuesta y en la pregunta 20 también cinco estudiantes tienen claro qué es un sucesor de un número negativo.

La pregunta que está relacionada con determinar el valor de una variable, solo 6 estudiantes las respondieron correctamente, porque los demás hicieron una interpretación incorrecta del lenguaje empleado.

En los ejercicios relacionados con correspondencia entre números negativos, catorce estudiantes lograron entender el enunciado y su contenido porque lograron trabajar con el lenguaje empleado.



Conclusiones

Como nos dice Brousseau, David y Werner (citados en Rico 1995), “un error es el resultado de conceptualizaciones inadecuadas sobre aspectos fundamentales de las matemáticas” (p, 8); un obstáculo se pone de manifiesto por los errores se manifiestan una y otra vez, son identificables, que aparecen y que continúan. Estos errores en una misma persona están unidos entre sí por un origen común, fundamentalmente una forma de aprender un conocimiento previo, que tiene que ver completamente con el dominio de la actividad y las dificultades en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y son causadas por diversas condiciones o situaciones que se relacionan entre sí y que van desde un insuficiente diseño curricular hasta la propia naturaleza de las matemáticas.

Por lo tanto, una vez estudiadas las respuestas del cuestionario aplicado, se identificaron algunas dificultades en el aprendizaje de los números enteros así:

- En la competencia de operaciones con números enteros los estudiantes demostraron dificultad en distinguir o identificar la operación entre los números con igual o diferente signo que era indicada con el signo más (+) o menos (-), es decir, que sumaron los dos números en sus valores como si fueran ambos positivos o absolutos, utilizando procedimientos memorísticos y algorítmicos para desarrollar la operación a realizar entre dos números enteros; también se encontró dificultades en identificar la naturaleza distinta que hay entre enteros negativos y positivos y el no reconocer que los negativos son una extensión de los enteros positivos.
- En cuanto a la competencia del concepto de potencia algunos estudiantes mostraron dificultades en la identificación del elemento inverso cuando se les presentaron a los estudiantes ejercicios con algunas potencias con exponentes negativos, también presentaron dificultades al no reconocer el signo negativo cuando este está fuera de la base y/o dentro de ella, demostrando que no tenían claro la ley de los signos o algoritmo para aplicar el desarrollo de potencias.
- Las dificultades encontradas en este grupo de estudiantes están influyendo en el aprendizaje de conceptos característicos de las matemáticas en temas como polinomios y sus operaciones debido a que son prerrequisitos conceptuales importantes para poder entender y desarrollar las actividades y ejercicios relacionados con este tema. También trae dificultades en el aprendizaje de algunos conceptos que tienen relación con otras asignaturas que requieren de estos, para



interpretar y comprender fenómenos que son estudiados en estas ciencias.

- Los planteamientos de las situaciones de aprendizaje deben ser de interés e importancia para el estudiante, pues tanto el contexto, como el objeto matemático que la situación que desarrolle, tienen que estar fuertemente conectados con su cotidianidad.
- para mejorar la evaluación de los estudiantes como docentes debemos tener en cuenta que esta debe:
 - 1) Tener un objetivo de aprendizaje que exprese claramente lo que el estudiante debe ser capaz de demostrar.
 - 2) Hacer un seguimiento continuo al proceso de aprendizaje.
 - 3) Desarrollar actividades metodológicas que sirvan para el desarrollo de actividades formativas y así poder alcanzar el objetivo propuesto.
- Se reconoció la importancia que tiene ver, identificar y trabajar con los números enteros desde los primeros años de escolaridad, para que los estudiantes demuestren antecedentes que son muy importantes en la explicación de conceptos matemáticos, que puede servir para hacer una aproximación con este conjunto numérico. Por medio de los referentes teóricos se constataron algunas dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de los números enteros, también son importantes los conocimientos previos en la elaboración de conceptos matemáticos; por medio de actividades lúdicas, que se pueden trabajar en equipo e individualmente, y que hacen que el concepto sea más llamativo e interesante para los estudiantes.

Referencias

- Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. 1ª Ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María, Dirección Nacional del Derecho de Autor: Expediente N° 487607.
- Andrade, C (2011). *Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes*. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Autino B. (2011). *Obstáculos didácticos, ontogenéticos y epistemológicos identificados desde la comunicación en el aula de Matemática*. 2022, agosto 22, de [PDF] Obstáculos didácticos, ontogenéticos y epistemológicos ...



- Ambriz, A. (2008). *El proyecto de intervención*. Diplomado en gestión urbana. 2022, agosto 19, de Un plan o proyecto de - intervención consiste en <http://alfambriz.tripod.com>. <https://alfambriz.tripod.com/gestionurbana/proyectointervencion.pdf>
- Aristizábal, A. (2016). *Guías didácticas de interaprendizaje para la enseñanza-aprendizaje del concepto de los números enteros en el grado séptimo de la institución educativa aguacatal del municipio de neira*, Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Manizales, Colombia.
- Boscán M y Klever K. (2012) *Metodología basada en el método de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos*, escenarios Vol. 10, No. 2, Julio-Diciembre, págs. 7-19.
- Brousseau, G. (1983). *Obstáculos y problemas epistemológicos en matemáticas*, de Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas <https://skat.ihmc.us>. Sitio web: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516569v2/document>
- Hernández, R, Fernández, C y Baptista, M. (2008). *Metodología de la investigación*, sexta Edición. Editorial Mc Graw Hill, Educación..
- Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). *El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros*. PNA 13(4), 197-220.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* [título original: How To Solve It?]. México: Trillas. 215 pp. Universidad Nacional Autónoma de México
- Sabino, C. (1992). *El proceso de investigación*. 2020, El proceso de investigación - Carlos Sabino - StuDocu <https://www.studocu.com>. <https://www.studocu.com/es-ar/document/instituto-universitario-de-la-policia-federal-argentina/metodologia-de-la-investigacion/1-el-proceso-de-investigacion-carlos-sabino/9327882>
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, de el niño las matemáticas y la realidad - Academia.edu <https://www.academia.edu>. <https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/cepa/vergnaud.pdf>
- Villalobos, F y González, E.. (2011). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*, de Presentación de errores - Slideshare <https://es.slideshare.net>. <https://es.slideshare.net/franklinv834/presentacion-de-errores>



Villamil, L.. (2008). *La noción de obstáculo epistemológico en Gastón Bachelard*. 2022, Agosto 19, de La noción de obstáculo epistemológico en Gastón Bachelard <https://webs.ucm.es>. <https://webs.ucm.es/info/especulo/numero38/obstepis.html>.

Forma de citar este artículo: Amaya García, L. J.(2022). Dificultades en el Aprendizaje de los Números Enteros en Estudiantes de Grado Séptimo, *Revista Voces y Realidades Educativas*, (9), pp._27-41.
