



LAS TRANSFORMACIONES EN EL PLANO A TRAVÉS DE LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

THE TRANSFORMATIONS IN THE PLANE THROUGH THE PROCESSES OF TEACHING AND LEARNING OF GEOMETRY

Mónica Julieth Tristancho Orduz¹

Recepción::20/05/2022
Aceptación::24/06/2022
Artículo de investigación

Resumen

El artículo presenta los resultados parciales de la investigación que tiene como objetivo diseñar y evaluar una estrategia didáctica para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las transformaciones geométricas, haciendo uso de material concreto y sistemas dinámicos de representación en la clase de geometría de estudiantes de grado sexto. Algunas de las actividades se realizan durante las clases virtuales, debido al confinamiento obligatorio por la pandemia de COVID-19. El análisis del estudio se realiza teniendo como referente teórico la resolución de problemas de Pólya, la visualización matemática y el uso del Software de Geometría Dinámica (SGD). Metodológicamente, la investigación adopta un enfoque fenomenológico interpretativo, con el propósito de explorar, describir y comprender las experiencias de los estudiantes respecto a las transformaciones de polígonos en el plano. Dentro de los resultados

¹ Licenciada en Matemáticas y Estadística, estudiante de Maestría en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Docente del colegio Jesús Eucaristía de Duitama, Boyacá – Colombia. monica.tristancho@uptc.edu.co



se destaca la dificultad para asociar conceptos, especialmente, con la reflexión de polígonos en el plano, y la manipulación del graduador.

Palabras claves: resolución de problemas, geometría, transformaciones, visualización, enseñanza.

Abstract

The article presents the partial results of the research that aims to design and evaluate a didactic strategy to favor the teaching and learning processes of geometric transformations, making use of concrete material and dynamic representation systems in the geometry class of sixth grade students. Some of the activities are carried out during virtual classes, due to the mandatory confinement due to the COVID-19 pandemic. The analysis of the study is carried out having as a theoretical reference the resolution of Pólya problems, mathematical visualization and the use of Dynamic Geometry Software (DGS). Methodologically, the research adopts an interpretive phenomenological approach, with the purpose of exploring, describing and understanding the experiences of the students regarding the transformations of polygons in the plane. Among the results, the difficulty in associating concepts stands out, especially with the reflection of polygons in the plane, and the manipulation of the protractor.

Key words: problem solving, geometry, transformations, visualization, teaching.

Introducción

El presente artículo es parte de una investigación que busca contribuir al desarrollo del pensamiento espacial del estudiante, haciendo especial énfasis en las capacidades de visualización, análisis, reflexión y comprensión. Lo anterior, haciendo uso de diferentes estrategias didácticas, recurriendo a la manipulación de materiales y al trabajo con software dinámico (GeoGebra) para las transformaciones rígidas de figuras en el plano. En ese sentido, se presentan los resultados a nivel diagnóstico, para estudiar el desempeño y proponer algunas estrategias que favorezcan el conocimiento de un grupo de estudiantes de grado sexto, del colegio Jesús Eucaristía de Duitama (Boyacá), cuando resuelvan problemas o situaciones que involucren los movimientos de polígonos regulares en un plano cartesiano.



El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) señaló que las matemáticas deben contribuir a la formación integral del alumno, llevándolo a aplicar los conocimientos adquiridos en el aula fuera del ambiente escolar. Para esto, los lineamientos proponen organizar el currículo de matemáticas, teniendo en cuenta tres aspectos esenciales: procesos generales, conocimientos básicos y los contextos. En ese orden de ideas, y para efectos de esta investigación, se consideran relevantes los procesos generales y los contextos, especialmente, en el planteamiento y solución de problemas geométricos.

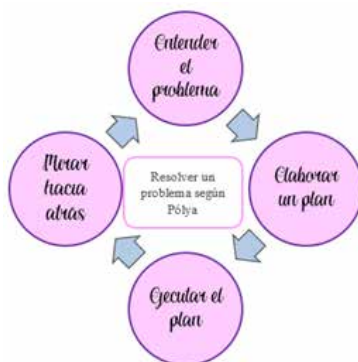
Algunos investigadores como Sriraman y English (2010) afirmaron que la solución de problemas se puede proponer como una estrategia didáctica para fortalecer el pensamiento matemático. La resolución de problemas hace parte integral del aprendizaje de las matemáticas, así, la geometría interviene como un contenido conceptual, actitudinal y procedimental de acuerdo con el contexto (Leal y Bong, 2015).

Por otra parte, Sigarreta et al. (2006) indicaron que la propuesta para abordar un problema apareció en el año 1945, con la investigación de George Pólya. Sin embargo, actualmente se conoce que esta propuesta también la contemplaron algunos filósofos griegos como Sócrates y Platón, los árabes Al Juarisme y Al Batani en la Edad Media, René Descartes en la época moderna, el suizo Leonhard Euler y el francés Joseph Louis LaGrange (Sigarreta et al., 2006).

En esta investigación se asume como teoría las cuatro fases planteadas por Pólya (1957), a saber: entender y comprender el problema, elaborar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás.

Figura 1

Fases para la resolución de problemas



Fuente: la autora



Así pues, si los estudiantes logran poner en práctica cada una de las fases descritas por Pólya (1957), según Meneses y Peñaloza (2020), podrán resolver problemas de cualquier índole de manera exitosa.

Debido a su experiencia, algunos docentes consideran que hay serios problemas con respecto a la enseñanza de la geometría, por lo que se hace necesario diseñar y aplicar nuevas estrategias que permitan convertir al estudiante en un sujeto activo y que sirvan como medio de transformación durante las actividades propuestas en el aula (Rojas, 2009).

La geometría, debido a sus propósitos, contenidos y forma de enseñar, se ha convertido en una de las áreas de la matemática más debatida entre educadores y matemáticos. Es probable que esto ocurra porque la geometría abarca dos ámbitos: el primero, más intuitivo, concreto y ligado a la realidad, y el segundo, como una disciplina en un contexto más formalizado que se ha venido desarrollando hace muchos años en niveles de abstracción, rigor y generalidad (García y López, 2008).

Por lo general, los estudiantes desconocen muchas de las aplicaciones de la geometría en la realidad, siendo esta la razón por la que cuentan con un interés bajo por esta rama de las matemáticas. Al respecto, Giraldo y Mera (2000) mencionaron que la matemática es la materia que menos les gusta a los estudiantes y, por tanto, se origina desmotivación a la hora de estudiarla. A esta situación se le suma el hecho de que muchos docentes desconocen o no se sienten seguros a la hora de enseñar geometría (Ávila, 2019).

Por medio de esta investigación, se propone crear estrategias que permitan desarrollar un trabajo menos complejo y más entretenido para los estudiantes. Cañadas et al. (2009) elaboraron una serie de estrategias que se pueden utilizar y desarrollar en el aula. Estas estrategias están basadas en la papiroflexia, que es el arte de hacer figuras en papel. Mediante este arte se busca que los estudiantes aprendan las nociones básicas de la geometría, desde ángulos, medidas, vértices, lados, hasta axiomas.

Por otra parte, el uso de herramientas tecnológicas en el aula permite que los estudiantes jueguen diferentes papeles en la práctica de la enseñanza-aprendizaje, particularmente en el desarrollo de habilidades de cálculo, análisis e interpretación de situaciones o problemas dentro de contextos específicos, incrementando así su interés por aprender, relacionar e interiorizar conceptos, de modo que se alcance un mayor grado de comprensión. Por su parte, Gutiérrez (2005) expuso algunas fortalezas que adquieren los estudiantes con el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en el campo educativo y, principalmente, en geometría. Un aprendizaje es significativo cuando el



estudiante relaciona los contenidos nuevos con conceptos previos que ya sabe. De acuerdo con Ausubel (1983), es importante entender que las ideas siempre se relacionan con algún aspecto existente como un símbolo, una imagen, un concepto o una proposición.

Contenido

Es importante resaltar que los estudiantes piensan y aprenden de diferentes formas. Según Alonso (1992), luego de realizar algunos estudios cognitivos, se evidenció que los individuos piensan de un modo diferente, puesto que captan la información, la que pasa a ser procesada y almacenada de forma distinta.

De acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias en Matemática (MEN, 1998) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), se debe contemplar el estudio de la geometría en educación básica, pero al no ser una exigencia por parte de los colegios, los docentes no se preocupan por abrir los espacios necesarios que permitan explorar y enseñar la geometría. Es por ello por lo que esta investigación pretende contribuir al desarrollo del pensamiento espacial del estudiante, con énfasis en las capacidades de visualización, análisis, reflexión y comprensión. Todo ello, mediante el uso de diferentes estrategias didácticas, recurriendo a la manipulación de materiales y al trabajo con software dinámico (GeoGebra) para las transformaciones rígidas de figuras en el plano,

En el ámbito nacional, algunos autores analizaron la percepción que tienen los docentes y estudiantes acerca de la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Así, por ejemplo, González (2021) buscó determinar la repercusión que tienen los déficits del desarrollo espacial de los estudiantes en las experiencias de aprendizaje de estos. Su investigación se llevó a cabo aplicando diferentes cuestionarios y entrevistas semiestructuradas a docentes y estudiantes, con el fin de conocer su percepción respecto a distintos ítems relacionados con los contenidos y la enseñanza de la geometría. De esa manera, el autor pudo evidenciar que la importancia que se le da a la geometría es muy baja, pues la mayoría de las veces no es posible abordar todas las temáticas planeadas, sea por falta de tiempo o por falta de competencias de los docentes que imparten la asignatura.

Por otra parte, Noa y Quispe (2021) sostuvieron que el arte de enseñar las transformaciones geométricas ha posibilitado que, a través del tiempo, los docentes busquen diferentes y nuevos recursos que les permitan a sus estudiantes aprender de una manera significativa. El gran reto de



su investigación fue usar el ajedrez como recurso didáctico a la hora de enseñar las transformaciones geométricas a los estudiantes de grado séptimo (Noa y Quispe, 2021). La innovación en la enseñanza de la geometría promueve una mejora significativa en el aprendizaje de las transformaciones, por lo que el docente debe estar siempre dispuesto a innovar sus enseñanzas.

En el ámbito internacional, Oscco y Quivio (2021) manifestaron que el rol del docente consiste en llevar al aula métodos que sean pertinentes y ayuden en la construcción del aprendizaje de los estudiantes. Por esta razón, en su investigación expusieron algunas orientaciones sobre la aplicación de métodos problémicos, como una de las estrategias para perfeccionar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría. Desde ese punto de vista, los autores afirmaron que el método aplicado lleva al uso de materiales muy comunes, y posee la ventaja de que el estudiante pueda manipular y ver el objeto de estudio (Oscco y Quivio, 2021). Esta investigación permite seguir fundamentando el favorecimiento del uso de herramientas innovadoras, siendo este uno de los ejes fundamentales del estudio, para el fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en estudiantes de grado sexto.

Metodología

Para efectos de esta investigación, se adoptó un enfoque fenomenológico interpretativo (hermenéutico), el cual hace parte de la investigación cualitativa. Este enfoque propone analizar y comprender las descripciones que los estudiantes hacen de manera individual y colectiva desde su experiencia en el aula, partiendo de una serie de actividades en las que se obtienen resultados, acciones y respuestas de transformación de un tema o área de conocimiento, con la finalidad de mejorar la enseñanza y generar en los estudiantes interacciones con el aprendizaje, entre sus pares y el docente (Creswell y Tashakkori, 2007).

La población objeto de estudio estuvo conformada por 24 estudiantes del grado sexto del colegio Jesús Eucaristía, ubicado en el municipio de Duitama, departamento de Boyacá. Bajo la modalidad virtual, a estos estudiantes se les enseñó algunas nociones relacionadas con las transformaciones rígidas de polígonos en el plano. Todo ello, haciendo uso del programa GeoGebra, como un complemento a las explicaciones que se impartían por medio de pizarras electrónicas o videos educativos.



Resultados y Discusión

En este apartado se presentan los resultados de la prueba diagnóstica aplicada a la población objeto de estudio, con el fin de determinar el nivel de apropiación que tienen con respecto a las transformaciones de polígonos en el plano (traslación, rotación y reflexión). El análisis de la prueba diagnóstica permite al investigador precisar el tipo de actividades por realizar y aplicar a los estudiantes, para así llevar a cabo sus objetivos.

El propósito principal de la aplicación de la prueba diagnóstica fue analizar si los estudiantes conocen las transformaciones y las relacionan con el contexto del diario vivir. A partir de estos resultados, se propuso realizar las secuencias didácticas que permitan continuar con el desarrollo exitoso de la investigación, cuyo objetivo general fue diseñar y evaluar una estrategia didáctica para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las transformaciones geométricas (traslación, rotación y reflexión), haciendo uso de material concreto y sistemas dinámicos de representación (GeoGebra) en la clase de geometría de los estudiantes de grado sexto.

La aplicación de la prueba diagnóstica se llevó a cabo en dos etapas. En la primera etapa se presentó a los estudiantes siete preguntas cerradas, con la finalidad de analizar si los estudiantes conocen y relacionan la geometría con las transformaciones de polígonos. En primera instancia, se preguntó a los estudiantes qué es para ellos la geometría, a lo que un 79 %, esto es el equivalente a 19 de los 24 estudiantes, respondió que es “una parte de la matemática que estudia las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio”. Solamente un estudiante relacionó la geometría como una rama de las matemáticas que se encarga únicamente de las figuras, esto porque puede que el estudiante no haya tenido, al menos en años anteriores, un aprendizaje más avanzado o profundo acerca de la geometría.

Posteriormente se realizó, quizá, una de las preguntas más interesantes de esta investigación, esto es, si la geometría se puede aplicar en la vida diaria (ver Figura 2).



Figura 2

Pregunta 1. ¿Consideras que la geometría se puede aplicar a la vida diaria?



Fuente: la autora

Aunque más del 90 % de los estudiantes afirmó que la geometría se puede aplicar en la vida diaria, casi el 10 % cuestionó cómo se está enseñando la geometría, pues se espera que, en todas las clases, los docentes enfoquen la enseñanza de la geometría con la resolución de problemas aplicados a la vida diaria (González, 2022).

A continuación, en la Tabla 1 se presentan los resultados de la pregunta número 6, los cuales resaltan la importancia de esta investigación. Como se observa, la mayoría de los estudiantes no tiene un acercamiento continuo a todas las transformaciones rígidas en el plano, es decir, no conoce o no recuerda que la traslación, rotación y reflexión son transformaciones.

Tabla 1

Pregunta número 6 de la prueba diagnóstica aplicada en la investigación

Pregunta número 6 de la prueba diagnóstica:

Respecto a las transformaciones que se pueden hacer con las figuras geométricas en el plano cartesiano, ¿cuál de las siguientes transformaciones conoces?

Opciones de respuesta:

- Mover una figura de un lado a otro, respecto a su orientación (norte, sur, oriente u occidente).
 - Girar una figura, haciendo que cambie su posición inicial.
 - Invertir una figura respecto a una recta, es decir, proyectándola como si la recta fuera un espejo.
-

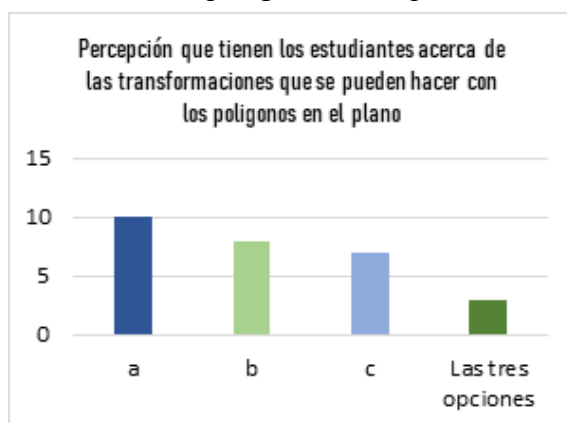
Fuente: la autora



Por otra parte, en la Figura 3 se puede observar que la mayoría de los estudiantes asocia el término *transformación* con el movimiento que se hace de un polígono, sin que este se vea afectado en su forma o tamaño. Es importante resaltar que 3 de los 24 estudiantes escogieron las tres opciones, esto puede deberse a que en clase de geometría han abordado el concepto de las transformaciones, pero de pronto los otros compañeros no logran recordarlo en el momento o no pueden asociar los términos *traslación*, *reflexión* y *rotación* con las transformaciones.

Figura 3

Percepción que tienen los estudiantes acerca de las transformaciones que se pueden hacer con los polígonos en el plano



Fuente: la autora

Por medio de la pregunta número 7 se indagó sobre los nombres que reciben los movimientos de los polígonos en el plano, confirmando así la importancia de la realización de esta investigación.

Tabla 2

Pregunta número 7 de la prueba diagnóstica aplicada en la investigación

Pregunta 7 de la prueba diagnóstica: ¿Sabías que los anteriores movimientos de figuras en el plano reciben unos nombres específicos de acuerdo con los movimientos que se realicen en el plano?

Opciones de respuesta:

- a. Sí
- b. No

Fuente: la autora

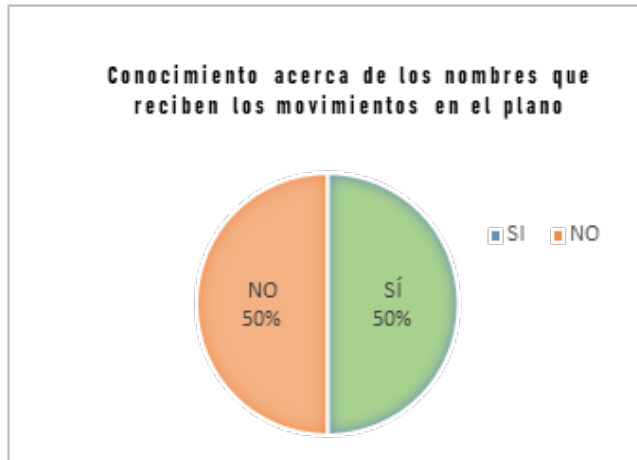


A partir de esta pregunta fue posible evidenciar que el 50 % de los estudiantes no conoce o no relaciona el término *transformaciones* con los movimientos de los polígonos en el plano.

Por esta y las anteriores razones, se justifica la situación problema y surge la necesidad de crear una estrategia que favorezca los procesos de enseñanza y aprendizaje de las transformaciones de polígonos en el plano.

Figura 4

Conocimiento acerca de los nombres que reciben los movimientos en el plano



Fuente: la autora

En la segunda etapa de la prueba diagnóstica se presentó a los estudiantes cada una de las definiciones sobre las transformaciones por tratar en esta investigación. Junto con la definición, se expuso un ejemplo que permite relacionar cada movimiento con una transformación. Como actividad, se visualizaron diferentes imágenes para que los estudiantes escribieran el nombre de la transformación usada en cada una de las figuras, teniendo en cuenta la información presentada. En la Figura 5 se evidencia un ejemplo de las respuestas de los estudiantes.



Figura 5

Respuestas de un estudiante sobre el punto 1 de la segunda etapa de la prueba diagnóstica



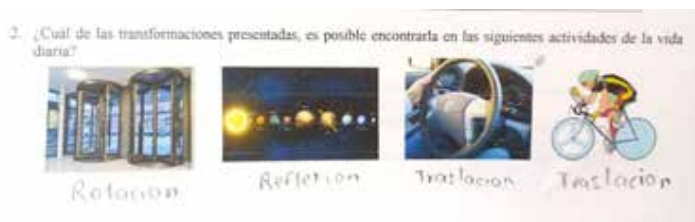
Fuente: la autora

Es importante resaltar que la transformación más identificada por los estudiantes fue la traslación, pues como se muestra en la Figura 5, concretamente en las casillas A y E, aproximadamente el 70 % de los estudiantes escribió la transformación correcta. La mayoría de los estudiantes aún no entiende las demás transformaciones (reflexión y rotación).

Para finalizar, se preguntó sobre los movimientos aplicados a una situación real, considerando el contexto del estudiante e involucrando la resolución de problemas. Como se evidencia en la Figura 6, en este punto se presentaron imágenes asociadas a la transformación rotación, con la intención de observar y analizar sus respuestas.

Figura 6

Respuestas de un estudiante sobre el punto 2 de la segunda etapa de la prueba diagnóstica



Fuente: la autora

Así pues, aunque todas las situaciones presentadas fueron explicadas por el docente antes de que los estudiantes respondieran, la mayoría de los estudiantes no logró involucrar el concepto de *rotación* como uno de los movimientos en el plano.



Conclusiones

Luego de aplicar la prueba diagnóstica, se identificaron algunas concepciones desarrolladas por los estudiantes, en el proceso de la visualización y resolución de problemas de las transformaciones de polígonos en el plano. El desarrollo de la actividad diagnóstica muestra que los estudiantes tienen dificultades a la hora de asociar los movimientos rotación y reflexión de figuras, pues en el mayor de los casos asocian cualquier movimiento con la traslación.

El desarrollo individual de la prueba diagnóstica permite que el docente observe y oriente el proceso del estudiante, antes, durante y después del desarrollo de las actividades. La prueba diagnóstica ofrece una idea parcial de lo que se espera que el estudiante desarrolle en las actividades por proponer en la continuación de la investigación.

Los resultados de esta investigación se apoyan en los presentados por Romero (2019), en el sentido de que la visualización matemática debe ser una de las habilidades que más se implementen en el aula con los estudiantes. A la hora de realizar este tipo de actividades, estos se muestran más interesados y motivados, lo cual es esencial para favorecer su aprendizaje y el desarrollo del pensamiento espacial.

Ahora bien, la presentación de la actividad en hojas impresas no es suficiente para que el estudiante interiorice y procese los conceptos de transformaciones en el plano, por lo que, desde la experiencia docente, se recomienda el uso de material concreto y la incorporación de la tecnología, en este caso, del SGD GeoGebra. Los usos de estas herramientas conllevan al estudiante a un entorno más atractivo y motivador, que potencian el aprendizaje y el desarrollo del pensamiento espacial (Gutiérrez, 2005).



Referencias

- ALONSO, C. (1991). Análisis y diagnóstico de los estilos de aprendizaje en estudiantes universitarios. [Tesis doctoral]. <https://redined.mecd.gob.es/xmlui/handle/11162/41972>
- ÁVILA, O. (2019). Aprendizaje significativo en geometría para el grado octavo. [Tesis de maestría]. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. <http://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/2729>
- CAÑADAS, M., DURÁN, F., GALLARDO, S., MARTÍNEZ, M., MOLINA, M., PEÑAS, M., & VILLEGAS, J. (2009). Geometría plana con papel. Universidad de Granada. <http://funes.uniandes.edu.co/932/>
- CRESWELL, J., & TASHAKKORI, A. (2007). Differing perspectives on mixed methods research. *Journal of Mixed Methods Research*, 1(4), 303-308. <https://doi.org/10.1177/1558689807306132>
- GARCÍA, S., & LÓPEZ, O. (2008). La enseñanza de la geometría (1.a ed.). Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- GIRALDO, L., & MERA, R. (2000). Clima social escolar: percepción del estudiante. *Colombia Médica*, 31(1), 23-27. <https://colombiamedica.univalle.edu.co/index.php/comedica/article/view/148>
- GONZÁLEZ, E. (2022). Déficit en el pensamiento espacial y su repercusión en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de bpasica primaria Colegio Integrado La Llana, Tibu – Norte de Santander. *Aibi. Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, 10(1), 29-42. <https://doi.org/10.15649/2346030X.2537>
- GUTIÉRREZ, A. (2005). Enseñanza de las matemáticas en entornos informáticos. Módulo optativo del Plan de Estudios de Maestro. Curso 2005-06. Universidad de Valencia.
- LEAL, S., & BONG, S. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. *Revista de Investigación*, 39(84), 71-93. <https://www.redalyc.org/pdf/3761/376140399004.pdf>
- MENESES, M., & PEÑALOZA, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima*(31), 8-25. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S2145-94442019000200008&script=sci_abstract&tlng=es
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL [MEN]. (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá, D. C.: Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- NOA, M., & QUISPE, R. (2021). Ajedrez como recurso didáctico en el aprendizaje



de transformaciones geométricas en estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Bilingüe “Cesar Tupac Yupanque” de Patacancha - 2019. [Tesis de grado]. Cusco: Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. http://repositorio.unsaac.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12918/5837/253T20210152_TC.pdf?sequence=1&isAllowed=y

OSCCO, R., & QUIVIO, R. (2021). Secuencia didáctica para la enseñanza de la geometría a través del método problémico en educación básica. *Educa UMCH*(17), 173-187. <https://doi.org/10.35756/educaumch.202117.184>

POLYA, G. (1957). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. (2.a ed.). Doubleday Anchor Books.

ROJAS, O. (2009). Modelo didáctico para favorecer la enseñanza-aprendizaje de la Geometría del espacio con un enfoque desarrollador. [Tesis doctoral]. Cuba: Instituto Superior Pedagógico “José de la Luz y Caballero” .

ROMERO, Á. (2021). Enseñanza aprendizaje de la geometría a través de las transformaciones en el plano en los estudiantes del grado quinto. [Tesis de maestría]. Bogotá, D. C.: Universidad Antonio Nariño. <http://repositorio.uan.edu.co/handle/123456789/6142>

SIGARRETA, J., RODRÍGUEZ, J., & RUESGA, P. (2006). La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, XIII(1), 53-66. <https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol13/pruesga.pdf>

SRIRAMAN, B., & ENGLISH, L. (2010). *Theories of mathematics education: seeking new frontiers*. Springer. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2>