



Común Especializado y Ampliado referentes al objeto geométrico en mención, así como de las Competencias Digitales de los estudiantes.

Palabras clave: Poliedro convexo, geometría dinámica, competencia digital, formación de estudiantes de licenciatura en matemáticas.

Abstract

Results of the entitled research called “Digital Competence in learning of Convex Polyhedral are presented, which emerged as an answer to the issue of difficulties existence to the implementation of digital technologies and curricular integration around the development of Spatial Thought related to metric, geometrical and variation, by modeling situations in Dynamic Geometry environments, which seek the develop of teacher’s Pedagogical Competences of Mathematics teacher in training. Thus, the main purpose was to characterized and interpret the Epistemic and Mediational Facets of the Onto-semiotic Approach of Mathematical Knowledge and Instruction (EOS) according to digital competences of mathematics undergraduate students in

mathematics learning polyhedral. An EOS-based Didactic Analysis guided by a mixed paradigm with an emphasis on the qualitative was carried out, and had an exploratory and descriptive scope with an exploratory focus. The development and strengthening of the Common, Specialized and Expanded Knowledge referring to the geometric object in reference was evidenced, as well as the Digital Competences of the students.

Key words: Convex polyhedron, dynamic geometry, digital competence, initial training of mathematics teachers.



Introducción

El estudiante de Licenciatura en Matemáticas debe desarrollar la capacidad de transformar el saber a enseñar en objeto de enseñanza, tomando como base el uso didáctico y pedagógico tanto del conocimiento matemático formal como del conocimiento matemático escolar, y es de vital importancia fomentar y acercar estos tipos de conocimientos hacia el estudio de la Geometría Euclidiana Tridimensional (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

El Pensamiento Espacial permite a los estudiantes interpretar, entender y modelar un mundo caracterizado por su perfección geométrica, sin embargo en ambientes estáticos se presenta dificultad a la hora de visualizar algunas características tridimensionales (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

En este sentido, la geometría dinámica propicia una forma de aprendizaje que complementa y fomenta la construcción, la visualización, la exploración, la interpretación, la argumentación y la motivación de los estudiantes (Toro, 2014).

Además, debido a la presencia de los recursos tecnológicos digitales, el futuro licenciado también debe gestionar la creación e implementación de contenidos educativos de vanguardia (Ministerio de Educación Nacional, 2017). Sin embargo, según Melo et al. (2018) aún existen IES que no hacen uso de la infraestructura tecnológica y poseen un ambiente con poca motivación por innovar, emplear y explorar los recursos tecnológicos digitales; este tipo de escenarios no promueven la formación en cuanto a la aplicación de recursos digitales novedosos para el futuro desempeño profesional del estudiante.

A partir del análisis de las dificultades anteriormente descritas, se propuso un entorno virtual para el aprendizaje del objeto poliedro convexo desde el enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) y para el desarrollo de competencias digitales desde los Lineamientos Nacionales, para estudiantes de Licenciatura en Matemáticas.

Formación de estudiantes de Licenciatura en Matemáticas

Debido a la implementación de recursos digitales el rol del profesor es el de mediador social (Valero y Skovsmose, 2012), en este sentido, debe



asumir una postura crítica ante el sistema educativo, guiar la adquisición del conocimiento, y también planear y generar ambientes de enseñanza y de aprendizaje concernientes a un contexto permeado por la tecnología digital (Oficina de Innovación Educativa con uso de Nuevas Tecnologías, 2013).

Históricamente la formación de docentes, en algunos casos, se ha basado en el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) propuesto por Shulman (2019); sin embargo, hace algunos años surgió la necesidad de ampliarlo constituyendo el marco Tecnología, Pedagogía y Conocimiento del Contenido (TPACK) (Mishra y Koehler, 2006). Desde este marco se fundamentan los conocimientos del contenido, pedagógicos del contenido y tecnológico pedagógicos (Grisales, 2018; Koehler et al., 2015), los cuales se pueden aplicar al interior de la educación matemática por medio de su correlación con el modelo de Conocimiento Didáctico Matemático del profesor (CDM) basado en el EOS (Godino, 2018, 2014).

En este sentido, se adopta el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, en el cual se describe un marco teórico y metodológico que nació en la didáctica de la matemática y relaciona diversas teorías del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas, allí se sustenta un modelo epistemológico (bases antropológicas y socioculturales), un modelo de cognición humana (basado en la semiótica), un modelo instruccional (basado en el socio-constructivismo) y un modelo sistémico – ecológico (Godino, 2014).

Así mismo, el modelo CDM caracteriza los conocimientos del profesor a través de las dimensiones: Matemática (Conocimiento Común y Ampliado del contenido); Didáctica (Conocimiento Especializado desde las Facetas del conocimiento del profesor); y Meta-didáctico-matemática (comprende la identificación de normas y la reflexión de la práctica por medio de la herramienta Idoneidad Didáctica) (Godino et al., 2017).

En este sentido, en la presente investigación se propuso analizar la Faceta Epistémica desde la conformación de los Conocimientos Común, Especializado y Ampliado, vinculándolos con el aprendizaje del objeto Poliedro Convexo; entendiéndola como el conocimiento profundo y amplio del objeto matemático, esto es, el reconocimiento de problemas, representaciones, argumentos, estrategias de resolución, propiedades y significados (Godino, 2009).



El Objeto Poliedro Convexo

El estudio del objeto poliedro introduce a los estudiantes en el campo de las representaciones del espacio y permite el desarrollo del pensamiento geométrico espacial; desde estos objetos, es posible reconocer un objeto tridimensional en una representación bidimensional (grafos), identificar características geométricas que con ambientes dinámicos se pueden categorizar según su variabilidad y visualizar propiedades específicas de la regularidad, semirregularidad e irregularidad de estos, entre muchos otros aspectos (Cañadas et al., 2003).

El aprendizaje de los poliedros se constituye en un aspecto generador de admiración y motivación por parte del aprendiz para descubrir la fascinante belleza y complejidad de dichos objetos matemáticos, tal vez por estar presentes en su entorno natural y artificial (Alsina, 1984). La indagación histórica sobre el origen y evolución de las taxonomías que clasifican los poliedros, generan un aprendizaje significativo que va desde su modelación y construcción hasta la determinación de propiedades y teoremas inherentes (De León, 2012).

Los secretos que subyacen en la construcción de los poliedros se pueden descubrir en su construcción como sólidos, troquelados y estructuras usando material real (Suárez y Ramírez, 2013), en donde a partir de las características de las superficies laterales se establece la relación entre poliedros y polígonos. Una alternativa interesante es la construcción de los sólidos, principalmente Platónicos y Arquimedianos, usando plegado de una sola hoja u origami modular (Ricotti, 2013).

La simetría de los diversos tipos de sólidos permite involucrar al estudiante con el estudio de los grupos de simetría de un polígono o de los poliedros, lo cual genera una relación estrecha entre el álgebra abstracta y la geometría de sólidos tridimensional. (Conwey et al., 2008)

La modelación de los poliedros en software de geometría constructiva y dinámica permite recrear los aspectos inherentes a su caracterización, así como la simulación de interacciones, para por ejemplo, descomponer la superficie lateral, establecer relaciones entre los sólidos platónicos y sus duales o mostrar los invariantes que soportan teoremas y proposiciones acerca de ellos (Asqew y Ebbutt, 2012).

En este último aspecto se propuso estudiar la Faceta Mediacional como el conocimiento de los medios y recursos que pueden potenciar el



aprendizaje de los estudiantes y los tiempos destinados para la enseñanza (Godino, 2009); en este sentido, el rumbo que se le brinda en este proyecto va encaminado hacia el desarrollo de Competencias Digitales (o TIC) enmarcadas dentro del contexto de la formación de Licenciados en Matemáticas.

Competencias digitales en la Faceta Mediacional

El MEN define competencia como el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psico-motoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores (Oficina de Innovación Educativa con uso de Nuevas Tecnologías, 2013, p.31)

Las competencias Digitales se pueden categorizar en cinco grupos: la Tecnológica que corresponde al uso pertinente responsable y eficiente de las TIC; la Comunicativa que es la aplicación de varios lenguajes para la comunicación en Ambientes Virtuales; la Pedagógica donde se busca establecer fortalezas y debilidades de las TIC en el aprendizaje; de Gestión que alude a la planeación y evaluación de procesos de enseñanza por medio de estas tecnologías; y la Investigativa que implica utilizarlas para la generación de nuevos conocimientos (Oficina de Innovación Educativa con uso de Nuevas Tecnologías, 2013).

Geometría dinámica

Moreno-Armella y Santos (2002), demuestran que la implementación de la geometría dinámica fomenta en los estudiantes la construcción de significados, la reflexión sobre sus conceptos previos, argumentación de conjeturas, proposición de diferentes soluciones y el empeño en la adquisición de su conocimiento; lo que implica repensar en los nuevos significados, procedimientos y comentarios que puedan surgir en su exploración (Laborde y Laborde, 1995).

Si bien gran parte del estudio de la geometría se basa en construcciones con regla y compás, la geometría dinámica aporta, además, herramientas como “arrastré” que permite la visualización de propiedades invariantes del objeto geométrico; “rastros” que muestra la huella del movimiento una figura y permite analizar lugares geométricos; y “animación” que



evidencia el proceso de construcción de un lugar geométrico, entre otras (Moreno-Armella, 2002).

Así mismo, un ambiente virtual de aprendizaje (AVA) es la organización de espacios virtuales, objetivos, interacciones, conocimientos, orientaciones y exploración por parte de una comunidad educativa en búsqueda de un cambio significativo en el proceso de aprendizaje (Barbosa, 2004).

Para la elaboración de un AVA se recomiendan cuatro etapas: el análisis de preguntas como ¿Cuáles son los objetivos?, ¿Quiénes y cómo son los aprendices?, ¿Cómo es el ambiente de trabajo de los aprendices? y ¿Cómo son los recursos tecnológicos?; el diseño de un ambiente agradable, pertinente y rico en conocimiento; el desarrollo, es decir la creación; y la evaluación de los objetivos descritos para el ambiente (Mendoza y Galvis, 1999).

Metodología

La investigación en educación matemática se enmarca en el ámbito social (Sandoval, 2002) y por tal motivo necesita ser interpretada y explorada desde su particular realidad (Corbetta, 2007). Para esta investigación se implementó un paradigma mixto con énfasis en lo cualitativo debido a que se pretendió analizar información cualitativa, sin dejar de lado datos cuantitativos que permitieran complementar el análisis de los resultados. En concordancia, el alcance fue de tipo exploratorio y descriptivo con miras a la interpretación, con el fin de detallar las características del aprendizaje de los estudiantes (Hernández et al., 2014).

Como unidad de análisis se tuvo en cuenta un grupo de doce (12) estudiantes que cursan una asignatura sobre geometría de un semestre intermedio de un programa de formación inicial de licenciados en matemáticas. Dicho grupo de estudiantes ha cursado seis o más semestres de un total de diez, sus edades oscilan entre los veinte y veintiocho años, siete son de género femenino y cinco masculino, más del 90 % cuenta con un computador y/o teléfono inteligente y la mayoría manifiesta tener una conexión a internet aceptable.

Para el desarrollo de esta investigación se propusieron a los estudiantes tres (3) situaciones-problema que contienen dibujos dinámicos para interactuar, que implicaron experimentación activa en términos del



constructivismo social (Ministerio de Educación Nacional, 1998); en la primera situación se invitó al estudiante desarrollar dos actividades específicas dentro del contexto matemático para el objeto poliedro regular (Conocimiento Común), y una tercera actividad que implicó una visión de cómo aplicar este conocimiento dentro del contexto educativo (Conocimiento Especializado); de manera similar, se trabajó en la segunda situación para el objeto poliedro semirregular; y en la tercera situación se planteó al estudiante realizar una generalización hacia el objeto Politopo (Conocimiento Ampliado), lo que apoyó el desarrollo de la Faceta Epistémica.

En cuanto a la Faceta Mediacional, en cada una de las situaciones se propuso al estudiante desarrollar competencias digitales de manera continua y progresiva. Para guiar el proceso de instrucción generado en cada una de las tres situaciones problema se contó con un ambiente virtual de aprendizaje modelado en software de geometría dinámica, una página web para la retroalimentación y un cuestionario de validación que permitió la reflexión del proceso.

Resultados

A continuación se presenta un Análisis Didáctico basado en la herramienta metodológica Idoneidad Didáctica propuesta por el EOS (Font et al., 2010; Godino et al., 2012). Debido a la extensión del análisis se ha decidido exponer la descripción de la primera situación problema.

Se proporcionó a los estudiantes la situación ¿Qué es un Polígono Regular Convexo? modelada en el software Geogebra, cuyo objetivo fue realizar una introducción a los poliedros regulares; se presentaron dos etapas: Saberes Previos que permitió el reconocimiento de los significados personales previos y Exploración donde se propusieron preguntas basadas en significados institucionales y globales del objeto poliedro (Conocimiento especializado y común). A continuación se presentan transcripciones de algunas de las respuestas de los estudiantes.



GeoGebra Clásico

¿Qué es un Polígono Regular Convexo?

☒ Saberes Previos

1. ¿Qué es un polígono regular convexo?
2. ¿Qué conocimientos fomenta el estudio de estos polígonos?
¿En qué grado escolar se podría enseñar?

☒ Exploración

Resuelva las siguientes preguntas y describa cuáles fueron los recursos digitales que se utilizaron en cada una (software, plataforma, web, redes de comunicación, etc) y su objetivo (investigación, visualización, realimentación, etc).

1. ¿Cómo se puede conocer la amplitud de un ángulo interior de cualquier polígono regular convexo?
2. ¿Cuáles son los polígonos regulares con los que se puede construir un poliedro regular?, ¿de qué manera deben estar organizados?, ¿por qué? y ¿qué sólido conforman?
3. Elabore un pequeño ambiente donde se pueda explorar el cálculo del área lateral ó el volumen de un octaedro (ó de otro sólido regular); para esto elija un grado escolar (de educación preescolar, básica, o media) al que va dirigido y la manera en que se desarrollan los procesos descritos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas.
(suponga que el ambiente lo va a aplicar en una hora de clase).

Deslice el punto verde

Figura 1. Situación problema ¿Qué es un Polígono Regular Convexo?

Pregunta 1. ¿Cómo se puede conocer la amplitud del ángulo interior de un polígono regular Convexo?

Respuesta E12: “Los polígonos regulares convexos están dibujados sobre un circunferencia, es

decir que todos los vértices de un polígono están sobre una circunferencia (circunferencia circunscrita), por lo tanto los segmentos que unen los vértices del polígono, con el centro de la circunferencia son de igual longitud, porque son radios de la circunferencia, por lo tanto el ángulo que hay entre dos de estos segmentos consecutivos es el mismo y se obtiene dividiendo 360° entre n (número de lados del polígono) y entre dos segmentos y un lado del polígono se forma un triángulo isósceles, por tanto el ángulo entre dos lados de un triángulo se obtiene restando $360/n$ a 180° ”.

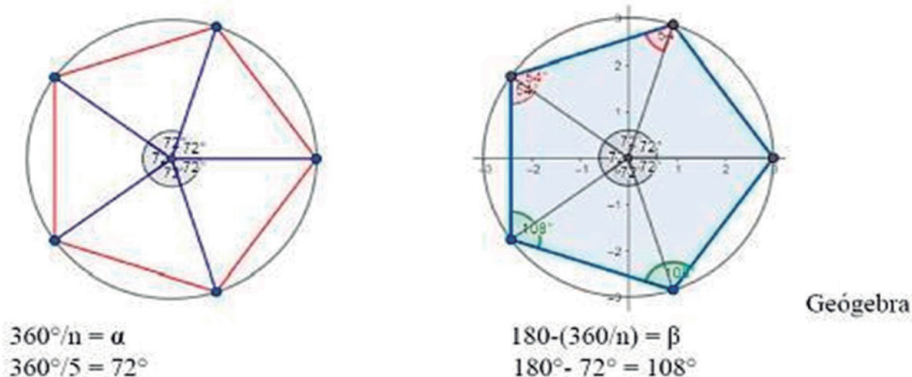
Ejemplo: pentágono

Figura 2. Exploración del estudiante E12 en GeoGebra. Amplitud de ángulo interior.

Se observó que todos los estudiantes lograron conformar una generalización para determinar la amplitud de un ángulo interior de cualquier polígono regular convexo a partir de métodos de solución inductivos, y además, en su mayoría realizaron la construcción y visualización de estos polígonos y propiedades de sus ángulos internos por medio de modelaciones en el software GeoGebra. Los razonamientos que los estudiantes describieron se categorizaron en tres procedimientos: descomposición de los polígonos regulares en triángulos formados por las diagonales desde un mismo vértice, descomposición de los polígonos regulares en triángulos formados por los radios de la respectiva circunferencia circunscrita, y descomposición en triángulos formados por dos lados consecutivos del polígono regular convexo; estos procedimientos representan la transformación de significados personales a institucionales, y se evidenció el desarrollo del Conocimiento Común en cuanto a conceptos previos del objeto poliedro convexo.

Pregunta 2. ¿Cuáles son los polígonos regulares con los que se puede construir un poliedro regular?; ¿De qué manera deben estar organizados?; ¿Qué sólido conforman?

Respuesta E3: “La manera en que debe estar organizado cada polígono regular convexo para obtener un poliedro regular convexo es uniendo a cada uno de ellos (dicha unión debe ser triángulo equilátero con triángulo equilátero, pentágono regular con pentágono regular y cuadrado con cuadrado; no se pueden mezclar unos con otros y así obtener un poliedro regular)...El ángulo formado por el vértice resultante

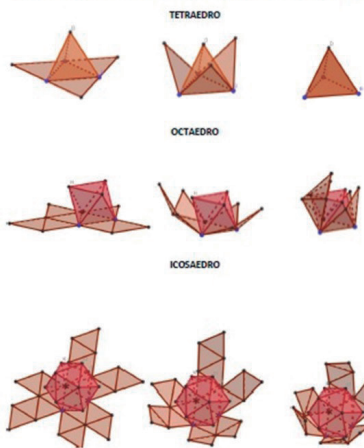


de la unión de polígonos regulares debe ser estrictamente menor a 360 grados sexagesimales, ya que si es igual o mayor ya no podría formarse un poliedro porque ya no conforma el espacio requerido...”

2. ¿cuáles son los polígonos regulares con los que se puede construir un poliedro regular convexo? ¿de qué manera deben estar organizados? ¿por qué? Y ¿qué sólido conforman?

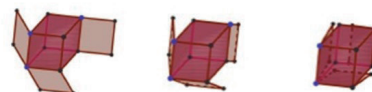
Los polígonos regulares que son utilizados para la construcción de poliedros regulares convexos son:

• Triángulo equilátero, el cual construye los poliedros tetraedro, octaedro e icosaedro



• Cuadrado, el cual construye al poliedro hexaedro

HEXAEDRO



• Pentágono regular, el cual construye al poliedro dodecaedro

DODECAEDRO

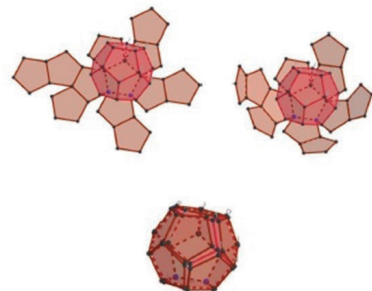


Figura 2. Exploración del estudiante E3 en Geogebra. Conformación de poliedros regulares.

Para la exploración de la conformación de los sólidos regulares se evidenció que todos los estudiantes realizaron construcciones tridimensionales, algunos mediante el software Geogebra y otros mediante el software Cabri 3D. La mayoría de los estudiantes lograron visualizar, argumentar y deducir el teorema: “la suma de todos los ángulos planos, que forman un ángulo sólido, es siempre menor que cuatro ángulos rectos” (Vallejo, 1847); los demás estudiantes visualizaron y describieron la conformación de estos sólidos a partir de una caracterización de sus elementos geométricos. Se observó que los estudiantes describieron propiedades comunes del objeto, lo cual conformó un significado institucional parcial y también se evidenció el desarrollo del Conocimiento Común en cuanto al objeto poliedro regular con diferentes niveles de generalización.

Pregunta 3. Ambiente Virtual de Aprendizaje elaborado por los estudiantes.

Respuesta E9: “Un Sólido Maravilloso: el Icosaedro Regular. Desliza el punto amarillo y observa el Icosaedro y su desarrollo. ¿De qué manera se puede conocer su volumen?”

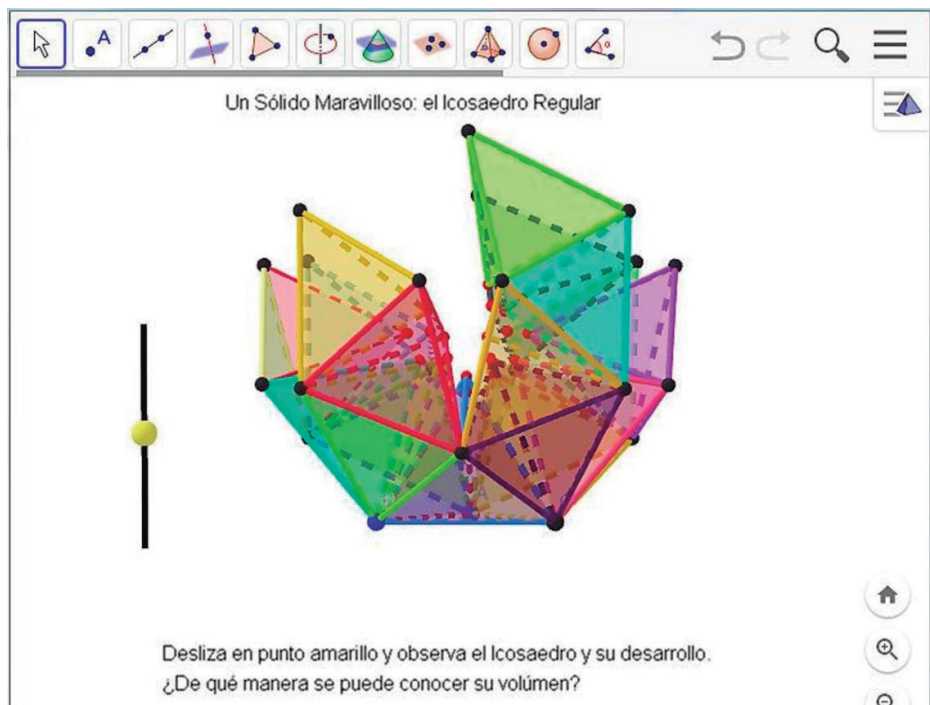
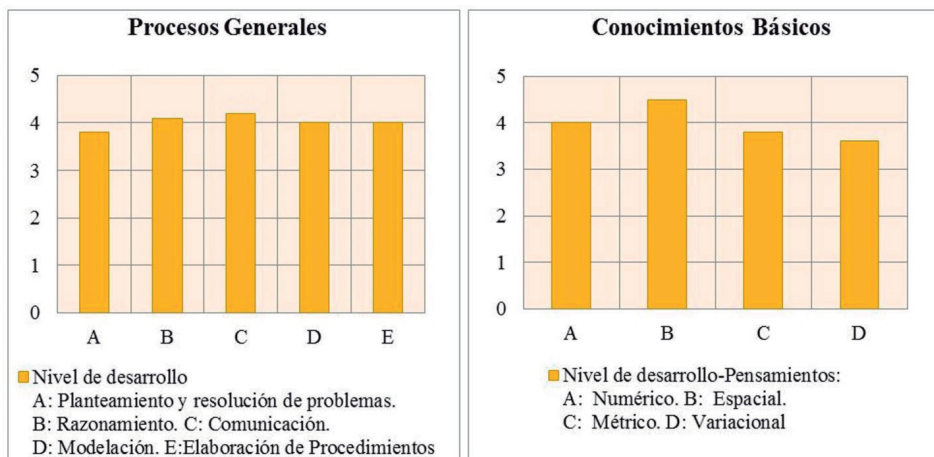


Figura 3. AVA modelado en Geogebra elaborado por el estudiante E9.

En la elaboración del Ambiente Virtual de Aprendizaje los estudiantes visualizaron, diseñaron y planearon una mediación dinámica para enseñar el Conocimiento Común referente al objeto poliedro regular en los niveles de la educación básica (primaria cinco grados y secundaria cuatro grados) y de la educación media (dos grados) teniendo en cuenta la descripción de los Procesos de aprendizaje generados en éste, lo cual evidenció un desarrollo del conocimiento especializado acompañado de un primer nivel de desarrollo de las Competencias Digitales, con bases teóricas propuestas desde los Lineamientos del contexto nacional.

Una vez los estudiantes realizaron la construcción de su conocimiento basado en la exploración, realizaron una retroalimentación (consolidación de significados personales e institucionales) por medio de la página web <https://lauracpedroza.wixsite.com/cdapc>.

A continuación se presenta la medida en que se fomentó en los estudiantes el desarrollo de los Procesos y los Tipos de Pensamiento Matemático según la escala cero (“Nada”) - cinco (“Bastante”).



Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la percepción de los estudiantes se evidenció que la situación problema fomentó de manera significativa los procesos generales de particularizar, conjeturar, argumentar y generalizar y potenció los diversos tipos de pensamiento matemático, lo cual apoyó el proceso de aprendizaje como futuros licenciados en matemáticas, tanto en el contexto matemático (Dimensión Matemática) como en el desarrollo de su futura labor docente (Dimensión Didáctica).

Es importante resaltar que las propiedades tanto de los poliedros como de los polígonos fueron descubiertas al explorar los ambientes con ayuda de las preguntas generadoras. Las conjeturas que ellos formularon se basaron en la detección de las propiedades comunes de los casos particulares vistos en la experimentación con los ambientes virtuales, expresando en lenguaje usual las conjeturas para posteriormente formalizarlos usando lenguaje matemático. Cabe resaltar que estos conocimientos se vieron fortalecidos gracias a la implementación de las otras dos situaciones problema y el progreso que se evidenció en sus exploraciones por parte de los estudiantes.

Análisis de la Idoneidad Didáctica

Con base en los indicadores para las Idoneidades Didácticas (Godino, 2011) los estudiantes valoraron por medio de una escala de cero (“Nada”) a cinco (“Bastante”) en qué medida la situación problema fomentó en ellos el desarrollo de estas.

El 90% valoró con una medida mayor o igual a cuatro (4) la Idoneidad Epistémica, esto evidenció la presentación de diversas situaciones de



contextualización, ejercitación y aplicación; la exposición de definiciones, explicaciones, procedimientos y demostraciones adecuadas al nivel educativo; y la confrontación de conocimientos.

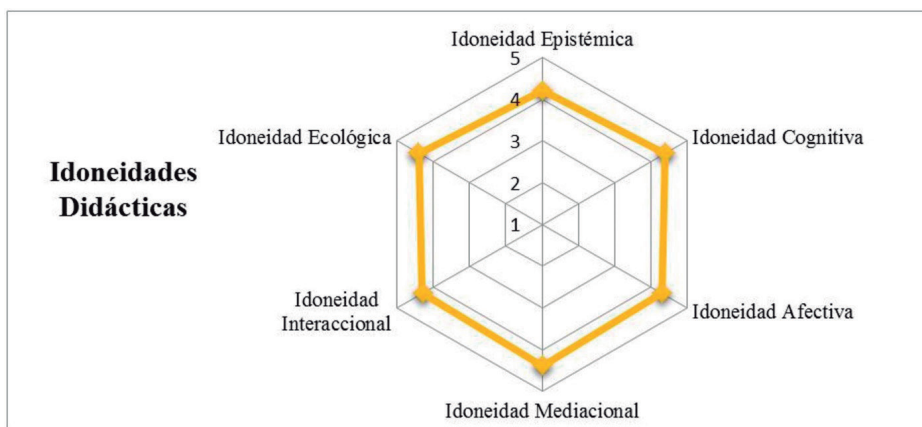
En cuanto a la Idoneidad Cognitiva, la totalidad la calificó con una medida mayor o igual a cuatro (4), lo que significó que se tuvieron en cuenta los saberes previos del estudiante y se permitió la modificación, ampliación o refuerzo de estos.

El 90% asignó una medida mayor o igual a cuatro (4) a la Idoneidad Afectiva, es decir, que ellos sintieron motivación en el proceso de aprendizaje, y también observaron y valoraron la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.

Respecto a la Idoneidad Interaccional, el 80% la evaluó con una medida mayor o igual a cuatro (4), esto evidencia que se favoreció el diálogo y comunicación entre los estudiantes; la aclaración de dudas y también se fomentó la autonomía y responsabilidad.

El 90% calificaron con una medida mayor o igual a cuatro (4) a la Idoneidad Mediacional, lo que corresponde con la utilización de recursos que permitieron introducir buenas situaciones, lenguajes, visualizaciones, procedimientos y argumentaciones; y además que se brindó el tiempo suficiente para realizar las tareas propuestas.

Por último, para la Idoneidad Ecológica se encontró que el 80% la valoró con una medida mayor o igual a cuatro (4), es decir que se fomentó la investigación, la práctica reflexiva, el pensamiento crítico y la integración de las nuevas tecnologías en la proyección educativa.



Fuente: Elaboración propia.



Conclusiones

En cuanto al proceso de instrucción generado por la primera situación-problema, los estudiantes afirmaron que “promueve la investigación, y el trabajo autónomo, el compromiso y la responsabilidad, y fortalece los conocimientos”; “...permite que los futuros docentes en matemáticas reflexionen sobre su futura labor y vean a la tecnología como un aliada para el proceso de enseñanza...” entre otras opiniones. También se observó que la situación problema permitió el desarrollo progresivo de los Conocimientos Común y Especializado (Faceta Epistémica) en cuanto al objeto poliedro regular.

Así mismo, se observó que la segunda situación problema amplió y consolidó el Conocimiento Común frente al objeto poliedro semirregular, y el Conocimiento Especializado respecto a la visualización de una mediación dinámica para su futura enseñanza; y en la tercera situación problema se observó que la mayoría de los estudiantes realizaron una generalización hacia el objeto Politopo de n dimensiones, reconociendo las propiedades geométricas específicas de cada una, lo que permitió el desarrollo del Conocimiento Ampliado (Faceta Epistémica).

Gracias a la contextualización del objeto poliedro convexo desde los significados institucionales y globales se logró ofrecer un ambiente de aprendizaje enriquecedor, que permitió a los estudiantes la conformación de significados personales consistentes desde lo teórico.

Por último, es importante reconocer que los estudiantes lograron desarrollar y/o fortalecer las competencias digitales correspondientes al conocimiento categorizado en la Faceta Mediacional. Lo que representa una base sólida para el futuro desarrollo profesional del estudiante de licenciatura en matemáticas dentro del contexto de una sociedad permeada por la tecnología digital e impulsada por ambientes de aprendizaje de vanguardia.

Referencias Bibliográficas

- Alsina, C. (1984). Las mil caras de la belleza geométrica: los poliedros (RBA. Libros SA. (ed.)).
- Asquew, M., & Ebbutt, S. (2012). Geometria utile e divertente. L'ABC delle figure nello spazio (Editore Ulrico Hoepli (ed.)).



- Barbosa, J. (2004). Los Ambientes Virtuales de Aprendizaje. En Los Ambientes Virtuales de Aprendizaje –AVA–. http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/virtuami/file/int/practica_entornos_actv_AVA.pdf
- Cañadas, M., Durán, F., Gallardo, S., Martínez, M., Peñas, M., & Villegas, J. (2003). Poliedros : lenguajes y representación espacial. XI Jornada sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM), 623-628. <http://funes.uniandes.edu.co/271/>
- Conway, J., Burgiel, H., & Goodman, C. (2008). The symmetries of Things (Taylor & Francis Group (ed.)).
- Corbetta, P. (2007). Metodología y técnicas de investigación social. McGraw-Hill/INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S. A. U. <https://diversidadlocal.files.wordpress.com/2012/09/metodolog3ada-y-tc3a9cnicas-de-investigac3b3n-social-piergiorgio-corbetta.pdf>
- De León, M. (2012). La geometría del universo (CSIS Gobierno de España (ed.)).
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(2), 1-18.
- Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino_Union_020_2009.pdf
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME), 0, 1-20. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf
- Godino, J. (2018). Bases Semióticas , Antropológicas Y Cognitivas Del Enfoque Ontosemiótico en Educación Matemática. Universidad de Granada, 1-33. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/JDGodino_bases_sac_EOS.pdf
- Godino, J. (2014). Síntesis del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática : motivación , supuestos y herramientas teóricas. 1-60. http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf%5CnJuan
- Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema Rio Claro*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>



- Godino, J., Rivas, M., Castro, W., & Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 1-21. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p1>
- Grisales, A. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill Education.
- Koehler, M., Mishra, P., & Cain, W. (2015). ¿Qué son los Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK)? *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 6(10), 9-23. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/vesc/article/view/11552>
- Laborde, C., & Laborde, J. (1995). The case of Cabri-géomètre: learning geometry in a computer based environment. En D. et al Watson (Ed.), *Integrating Information Technology into Education* (pp. 95-106). © Springer Science+Business Media Dordrecht 1995. https://doi.org/10.1007/978-0-387-34842-1_10
- Melo, D., Díaz, P., Vega, O., & Serna, C. (2018). Situación Digital para Instituciones de Educación Superior: Modelo y Herramienta. *Información tecnológica*, 29(6), 163-174. <https://doi.org/10.4067/s0718-07642018000600163>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Plan Nacional Decenal de Educación 2016 -2026*. <https://bit.ly/2z8ie8S>
- Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. http://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf
- Moreno-Armella, L. (2002). Ideas geométricas del currículum presentadas mediante el Cabri Géomètre. En A. Castiblanco, L. Moreno-Armella, F. Rodríguez, M. Acosta, L. Camargo, & E. Acosta (Eds.), *Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia* (pp. 141-150). Ministerio de Educación Nacional.



- Moreno-Armella, L., & Santos, M. (2002). Proceso de transformación del uso de tecnología en herramienta para solucionar problemas de matemáticas por los estudiantes. En A. Castiblanco, L. Moreno-Armella, F. Rodríguez, M. Acosta, L. Camargo, & E. Acosta (Eds.), *Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia* (pp. 263-268). Ministerio de Educación Nacional.
- Oficina de Innovación Educativa con uso de Nuevas Tecnologías. (2013). Competencias TIC para el Desarrollo Profesional Docente. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339097_archivo_pdf_competencias_tic.pdf
- Ricotti, S. (2013). Geometría y origami. Una fiesta con papeles para la clase de matemáticas (Ed. Homo Sapiens (ed.)).
- Sandoval, C. (2002). Investigación cualitativa. En ARFO Editores e Impresores Ltda (Ed.), *Pharmaceutical Care Espana* (Vol. 13, Número 6). Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES. <https://doi.org/10.33132/9789585459014>
- Shulman, L. (2019). Recuperando a los clásicos. Aquellos que entienden: desarrollo del conocimiento en la enseñanza. *Profesorado*, 23(3), 269-295. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v23i3.11230>
- Suárez, P., & Ramírez, G. (2013). Exploración de sólidos a partir de sistemas de representación. *Revista Praxis & Saber*, 3.
- Toro, J. (2014). Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo [tesis de maestría, Universidad de Medellín]. <http://funes.uniandes.edu.co/11472/1/Toro2014Acercamiento.pdf>
- Valero, P., & Skovsmose, O. (2017). Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (Centro de Investigación y Formación en Educación (CIFE) (ed.)). Universidad de los Andes. <https://www.researchgate.net/publication/281438280>
- Vallejo, J. M. (1847). La Geometría, Trigonometría Rectilínea y Geometría práctica. En *Tratado Elemental de Matemáticas* (Cuarta Edición). <https://books.google.co.cr/books?id=R0-gx5UPhFoC&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>

Como citar este artículo: Pedroza-Pinilla, L. y Suárez-Sotomonte, P. (2020). El objeto poliedro convexo: aprendizaje en formación inicial de licenciados en matemáticas. *Voces y Realidades Educativas*, (5) 91 - 108
