



LOS PROCESOS MULTIPLICATIVOS Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

MULTIPLICATIVE PROCESSES AND PROBLEM RESOLUTION

*Martha Leonor Saiz Sáenz¹
Juan Carlos Palacios Pinzón²*

Recepción: septiembre de 2020
Aceptación: noviembre de 2020
Artículo de investigación

Resumen

La multiplicación es uno de los temas más interesantes en la educación de los estudiantes, sin embargo, se convierte en un dolor de cabeza durante el aprendizaje, por lo que surge la necesidad de consolidar y fortalecer los procesos multiplicativos de los estudiantes de quinto grado de la escuela departamental rural de Cuibuco (Cundinamarca). El objetivo principal de este trabajo es crear una propuesta de intervención basada en la resolución de problemas para fortalecer los procesos multiplicativos en el aula. Esta propuesta se basa en el método de resolución de problemas de Polya, que establece cuatro momentos o pasos necesarios para resolver cualquier situación problemática. Trabajamos bajo un enfoque cualitativo utilizando investigación-acción que reconoce no solo el seguimiento del proceso investigativo, sino que además permite que el docente investigador sea parte activa del proceso formativo y de la propia intervención, su implementación se realiza en un colegio 20 alumnos rural quinto grado de educación primaria básica. Entre los resultados y conclusiones se observa que es fundamental trabajar con los estudiantes en

-
- 1 Licenciado en Matemáticas, Magister en educación, Docente Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
 - 2 Licenciado en Matemáticas, Magister en didáctica de la Matemática.



situaciones problemáticas contextualizadas, recordando que la estructura multiplicativa va mucho más allá de una suma repetida de sumandos, pero puede verse como un producto cartesiano o como una combinación.

Palabras clave: estructura multiplicativa, resolución de problemas, secuencia didáctica, situación problema.

Abstract

Multiplication is one of the most interesting topics in the training of students, however, it becomes a headache during learning, which is why the need arises to consolidate and strengthen the multiplicative processes of the students of the fifth university from the rural departmental school of Cuibuco. (Cundinamarca). The main objective of this work is to create an intervention proposal based on problem solving to strengthen multiplicative processes in the classroom. This proposal is based on Polya's problem solving method, which establishes four moments or steps necessary to solve any problematic situation. We work under a qualitative approach using action research that recognizes not only the monitoring of the investigative process, but also allows the researcher teacher to be an active part of the training process and of the intervention itself, its implementation is carried out in a school 20 rural students fifth grade of basic primary education. Among the results and conclusions, it is observed that it is essential to work with students in contextualized problem situations, remembering that the multiplicative structure goes far beyond a repeated sum of addends, but can be seen as a Cartesian product or as a combination.

Keywords: multiplicative structure, problem solving, didactic sequence, problem situation.



Introducción

Para definir la estructura multiplicativa es necesario referirse a Vergnaud (2013), quien la define como “el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, división o combinación de estas operaciones” (Vergnaud, 2013, p. 134), en de esta manera el trabajo no está solo en el algoritmo sino en su aplicación en diferentes contextos, apoyando así la necesidad de aplicar diferentes conceptos simultáneamente según la situación.

En este caso hay que diferenciar la estructura aditiva de la estructura multiplicativa, ya que la primera trabaja con la ternaria, es decir, hay dos medidas que juntas dan lugar a una tercera medida, pero de la misma naturaleza. La suma por su parte se enfoca en las relaciones cuaternarias, es decir, en la multiplicación se trabajan dos cantidades, dos espacios de medida, de esta manera se compara la unidad de la primera cantidad con respecto a la segunda para formar una cuarta proporcional, en la figura 1 podemos observar este proceso.

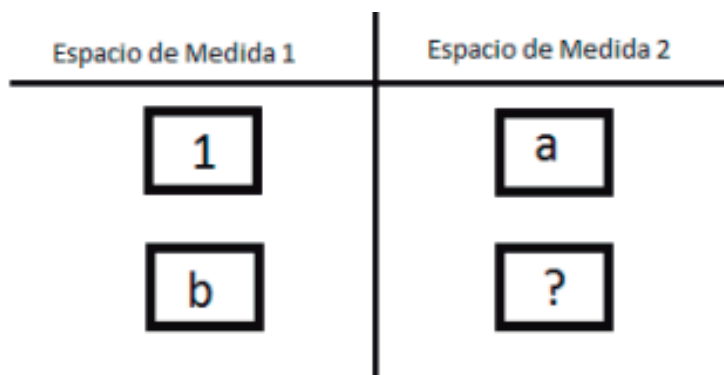


Figura 1. Representación de la relación cuaternaria. Fuente: Tomado de Vergnaud (1991)

Uso del lenguaje multiplicativo

En matemáticas, el lenguaje empleado por los estudiantes corresponde directamente al conocimiento que ha adquirido durante su formación académica, es decir, el lenguaje que emplea un estudiante tiene una perspectiva de acuerdo con las nociones y conocimientos que posee, un ejemplo de esto es cuando se escuchan cosas como la adición siempre aumenta las cantidades, y es que lo anterior es cierto siempre y cuando se trabaje en el universo de los números naturales, no obstante, cambia drásticamente cuando se trabajan números enteros o números racionales (Pimm 2002).



De allí, se define que el lenguaje en matemáticas no es definitivo, es decir, está en un constante cambio que depende de los conocimientos de los estudiantes, así “la comprensión de las ideas matemáticas no es un proceso final, sino dinámico, que se va robusteciendo en función de la necesidad de responder y resolver series de cuestionamientos” (Delgado, 2015, p. 35), en otras palabras, tanto el lenguaje como la comprensión están en interacción constante con el conocimiento de los estudiantes y con el contexto en el que se realiza.

Discusión

Derechos Básicos de Aprendizaje en la multiplicación. En la educación colombiana, se presenta un trabajo minucioso en cuanto a generar lineamientos curriculares, (MEN, 1998), estándares básicos de competencias (MEN, 2006) que definen y delimitan dichos lineamientos y, finalmente, ha establecido los derechos básicos de aprendizaje (en adelante DBA) (MEN, 2016), estos últimos fueron creados con la intención de definir “elementos para construir rutas de enseñanza que promueven la consecución de aprendizajes” (MEN, 2016, p. 6), se han definido dos versiones, en la segunda entrega se busca afinar las condiciones y los elementos que se pueden brindar a los docentes para mejorar sus secuencias didácticas.

El los DBA, se determina, además, que un aprendizaje es una intersección entre habilidades, conocimientos y actitudes que se pueden dar en un contexto determinado, en su estructura define el enunciado, las evidencias del aprendizaje y, el ejemplo. En el enunciado se referencia el aprendizaje principal que se va a desarrollar en el área, las evidencias definen indicios que presentan los estudiantes sobre el conocimiento por el que se pregunta y le permite al maestro conocer su avance, y el ejemplo, permite mostrar de una forma concreta la evidencia enunciada (MEN, 2016).

Resolución de Problemas. La resolución de problemas es una de las competencias que más consideración ha tenido el área de matemáticas, en los lineamientos curriculares de matemáticas “se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática” (MEN, 1998, p. 52), de esta manera el currículo no ha de centrar sus esfuerzos solo en plantear los contenidos del área de matemáticas, sino que, además, debe fundamentar le fortalecimiento de



las competencias para el desarrollo de las mismas, siendo la resolución de problemas uno de los ejes principales.

Ahora bien, “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (MEN, 2006, p. 49), es decir, que el docente deberá inculcar en sus estudiantes hábitos de estudio y deberá buscar las estrategias pertinentes para potenciar la resolución de problemas dentro de su aula planteando situaciones en diferentes contextos y con distintas formas de modelación y solución, teniendo en cuenta que la matemáticas puede ser vista desde diferentes ópticas aun cuando los resultados sean los mismos.

También se ha de aclarar que para desarrollar esta competencia se han de crear problemas contextualizados, Kilpatrick determina que las tendencias en la enseñanza e investigación de resolución de problemas, se han desplazado de la enseñanza e investigación de la heurística hacia la investigación de problemas situados, en donde los estudiantes pueden mejorar su rendimiento porque el problema tiene algún significado para ellos. Existe una cierta tendencia en las clases de matemáticas a plantear a los estudiantes problemas artificiales. (1998, p. 57), es decir, los docentes han de promover el uso de problemas de acuerdo con el contexto en el que se encuentran, de tal forma que para el estudiante sea más fácil identificar qué tipo de solución podría plantear, además, de comprender los términos que en ellos aparecen.

En palabras de Gascón (1994), los problemas se pueden usar en muchos sentidos, de tal forma que el docente los puede usar para generar nuevos conocimientos y el estudiante, al aplicar la resolución para cada uno de ellos puede, a su vez, crear nuevas estrategias que lo conduzcan a la solución. En este mismo sentido, se determina que tanto el planteamiento como la resolución de problemas están precedidos por la teoría y/o los conocimientos que se buscan ampliar, potenciar o ejercer.

Ahora bien, Castro (2008), determina que una de las destrezas o habilidades más importantes que se puede y debe desarrollar en un estudiante es, precisamente, la resolución de problemas, puesto que permiten crecer en el planteamiento de estrategias, en la expresión de diferentes formas de un mismo enunciado, en reafirmar la confianza en la toma de decisión al momento de enfrentar una situación problema.



Dentro de los máximos exponentes en la resolución de problemas se encuentran Pólya y Shoenfeld quienes proponen una serie de pasos para lograrlo, en primer lugar, Pólya, citado por Alfaro (2006), propone cuatro pasos para lograr la resolución de un problema a saber: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y, examinar la solución, cada uno de los pasos determina en los estudiantes acciones diferentes. Comprender el problema, no es más que encontrar los datos y la incógnita a resolver, definiendo si dicha información es o no suficiente para hallar la incógnita; concebir un plan, consiste en determinar si el problema es parecido a algún otro al que se haya enfrentado y definir el tipo de operación o algoritmo que puede usar para resolverlo; ejecutar el plan, busca la evaluación de los pasos determinando si son correctos y si la forma de solución es la adecuada; por último, examinar la solución, se trata de verificar si la solución planteada es correcta y es viable, además de reflexionar en torno a si esa solución presentada se puede hallar de otra manera o si puede usarse en otros casos.

Por su parte Shoenfeld, citado por Barrantes (2006), agrega la importancia de no solo tratar el problema, sino que agrega las categorías de los recursos, las heurísticas, el control y las creencias. Los recursos refieren a los conocimientos previos que posee el estudiante, ya sean conceptos o algoritmos; las heurísticas, hablan acerca de las estrategias que usan los estudiantes para entender un problema, sin embargo, señala la importancia de no implementar mucho tiempo en esta categoría, pues son diversas; el control, por su parte, refiere a la capacidad que tiene el estudiante para definir cuál camino seguir, en qué momento parar y buscar otro camino, definir si las estrategias propuestas son viables, entre otros; y, las creencias, los refiere como los supuestos que tienen tanto los estudiantes como los docentes y el contexto social respecto de determinadas situaciones, conceptos o algoritmos específicos.

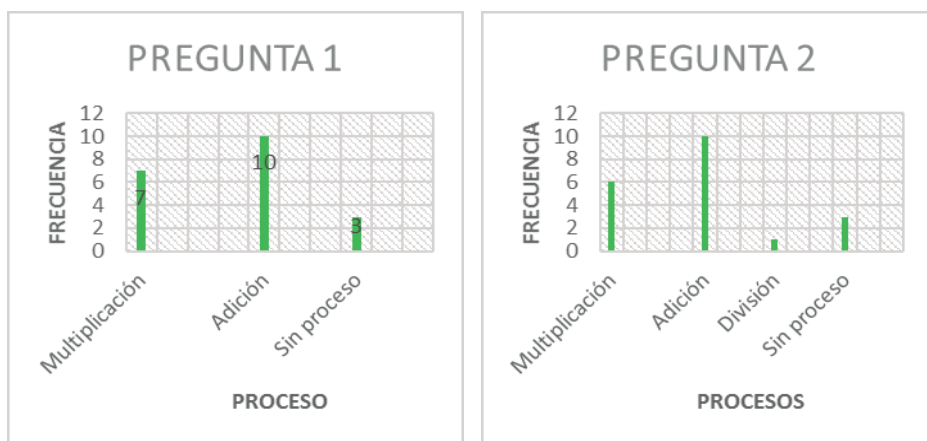
Para el interés particular de la investigación, se tendrá en consideración la directriz y metodología de resolución de problemas expuestas por Polya, por tanto, se definen cada uno de los pasos teniendo en cuenta las preguntas orientadoras que se pueden presentar durante el proceso de resolución de problemas (Alfaro, 2006).

Resultados generales. Los siguientes resultados y su respectivo análisis se presentan los resultados de la prueba diagnóstica y la prueba final, en ellas se establece desde cada una de las categorías el estado en que los estudiantes se encuentran al afrontar situaciones que implican el uso de los procesos multiplicativos y la resolución de problemas.



Prueba diagnóstica. Después de la aplicación de la prueba se encontró que los estudiantes tienen dificultad para emplear los procesos multiplicativos y prefieren acudir a la adición reiterada, de igual manera, no cuentan con una organización al momento de solucionar las situaciones, algunos suman todas las cantidades sin tomar en consideración la información de las preguntas que se realizan.

Isomorfismo de medidas: Problemas de razón. Para esta categoría se tomaron en consideración las situaciones 1 y 2, en las que se pregunta por una transformación directa entre las cantidades solicitadas, al respecto se encontró que hay estudiantes que emplean la multiplicación, aunque la respuesta no es la correcta, en las gráficas 1 y 2, se muestran los resultados de uso de procesos aditivos, multiplicativos o su limitación de uso.

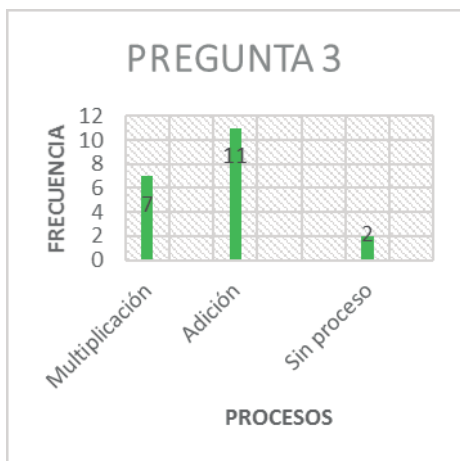


Gráfica 1. Procesos en la pregunta 1 diagnóstico Gráfica 2. Procesos en la pregunta 2 diagnóstico

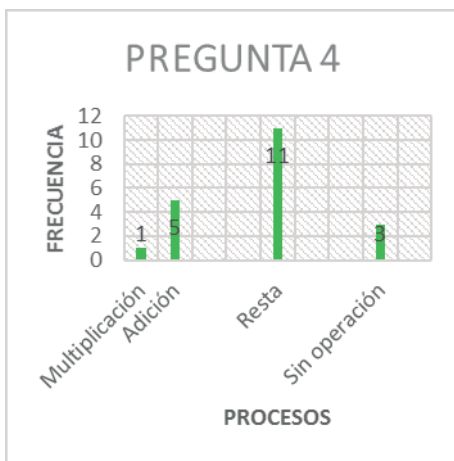
Las respuestas esperadas eran con proceso de multiplicación en ambos casos y resultados de \$10.150, para la 1, y \$7.200 para la 2. Sin embargo, se encontró que aún hay estudiantes que emplean la adición para encontrar la solución que necesitaban, por ello, aunque están solucionando problemas de proporcionalidad simple, aún desconocen que se pueden establecer relaciones entre las magnitudes y se quedan solo con la suma reiterada, de acuerdo con Olarte, “con esto quedarían muchos vacíos que impedirían a los estudiantes enfrentarse a problemas de estructura multiplicativa más complejos como lo son los de cuarta proporcional” (2010, p. 20), de esta manera, los estudiantes se quedan con la primera imagen de multiplicación dejando de lado los demás usos que se le pueden brindar.



Isomorfismo de medidas: Problemas de comparación. En este caso se tomaron en cuenta las preguntas 3, 4 y 5 como comparación de mayor y menor cantidad de veces y, las preguntas 8, 9 y 10 como comparación de igualación de veces. Los resultados de las preguntas 3, 4 y 5 se encuentran en las gráficas 3, 4 y 5.



Gráfica 3. Procesos en la pregunta 3 diagnóstico



Gráfica 4. Procesos en la pregunta 4 diagnóstico



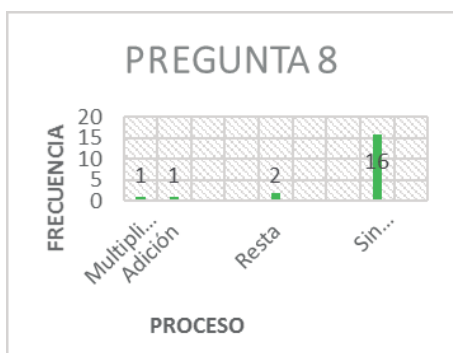
Gráfica 5. Procesos en la pregunta 5 diagnóstico

En este apartado, las respuestas esperadas eran del uso de la multiplicación en las preguntas 3 y 4, con la respuesta de \$5.400 y dos veces, respectivamente. En cuanto a la pregunta 5, se esperaba que los estudiantes respondieran con el uso de la división y respuesta de \$2.150. de acuerdo con los datos, se evidencia que los estudiantes siguen empelando el uso de la suma, en torno a la pregunta 3.

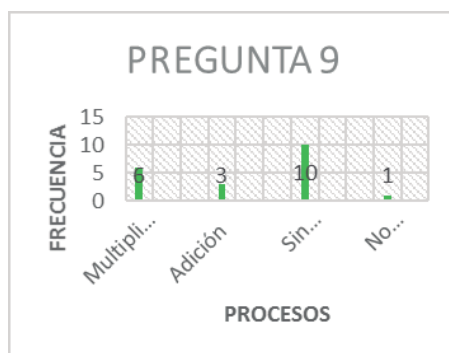


En la pregunta 4 y 5 se presenta un fenómeno diferente y es la gran cantidad de respuestas encontradas, una de las razones es por el tipo de preguntas que se realiza, los estudiantes generalmente están familiarizados con encontrar el total de una operación, pero se confunden cuando se intenta comparar diferentes magnitudes, al respecto Ivars y Fernández afirman que “resolver los problemas en los que se busca la cantidad comparada que en los cuales se debe hallar la cantidad referente” (2016, p. 14), en este sentido, se hace necesario que la formulación de los problemas tenga una variedad de tal forma que los estudiantes puedan establecer diferentes tipos de referencias para usar en su futuro.

Por su parte, en las preguntas 8, 9 y 10, se buscaba la comparación por igualación, en las gráficas 6, 7 y 8 se encuentran las respuestas encontradas.



Gráfica 6. Procesos en la pregunta 8 diagnóstico



Gráfica 7. Procesos en la pregunta 9 diagnóstico



Gráfica 8. Procesos en la pregunta 10 diagnóstico



En este caso, las respuestas esperadas eran con el uso de la multiplicación como proceso de solución, con resultado de 2 veces, \$10.000 y 4 veces, respectivamente, sin embargo, acorde con lo encontrado se puede definir que

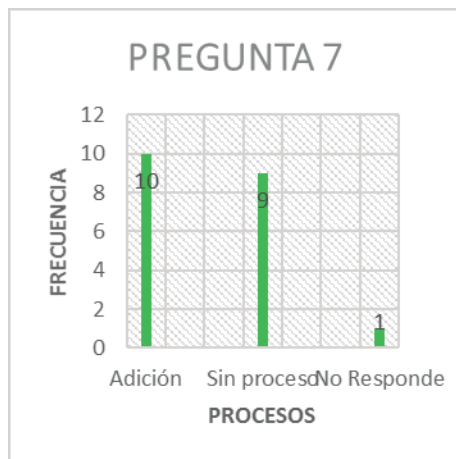
Cuando los números que componen las tablas de multiplicar no tienen sentido en el contexto de situaciones de vida, sino que tales números pueden representar cualquier cosa, no es de extrañar que para el niño revista gran dificultad un enunciado de problema que no conduzca de manera inmediata a proponer una operación de multiplicación (Loteró, Andrade E y Andrade L, 2011, p. 40)

Es decir, los estudiantes no identifican la igualdad entre cantidades, por ello no alcanzan a determinar la cantidad de veces que se compara una cantidad con la otra. De esta manera, se repite el caso de las preguntas anteriores, en las que los estudiantes no están familiarizados con la solicitud de encontrar el escalar o referente desconocido.

Producto de medidas: Problemas de combinación. En estas se indagaba por el uso de la multiplicación en situaciones de combinación y producto de medidas. Los resultados encontrados se presentan en las gráficas 9 y 10.



Gráfica 9. Procesos en la pregunta 6 diagnóstico



Gráfica 10. Procesos en la pregunta 7 diagnóstico

Las respuestas esperadas eran con el uso de la multiplicación con resultados de formas diferentes de vestir y 12 m², respectivamente. De acuerdo con los datos encontrados, se puede decir que los estudiantes tienen dificultades para establecer combinaciones de magnitudes y para establecer nuevas magnitudes. En estas preguntas, ninguno de



los estudiantes empleo la multiplicación para encontrar la respuesta indicada. Es comprensible dado que, como lo señala Scattarética, “los problemas clasificados del producto cartesiano en el que las relaciones entre cantidades implican una combinación adquieren mayor complejidad matemática” (2017, p. 67). Así, los estudiantes tienen mayor facilidad al enfrentarse a situaciones de relación directa que con varias combinaciones.

Por último, se define que los resultados del diagnóstico de los estudiantes de grado quinto, arrojaron que tienen facilidad de resolver situaciones que implican la proporcionalidad simple, que las demás categorías, teniendo en cuenta que determinan la relación directa entre dos magnitudes. Se identifica también que aún existe la resistencia de usar el algoritmo de la multiplicación para solucionar las situaciones, aplicando el uso de la estructura aditiva.

Implementación de la secuencia didáctica

La implementación de la secuencia didáctica se dio a los veinte estudiantes del grado 501, para ello se inició con la sesión 2, en la que se organizó la clase en cinco grupos de cuatro estudiantes cada uno, se les hizo entrega de las situaciones problema, en este momento se encontró que los estudiantes empezaron a leer las situaciones, se escucharon frases como “... es fácil...” o “...acá debemos sumar...”, el docente les oriento a empezar a solucionar las situaciones recordándoles la importancia de escribir el proceso realizado para responder.

Posteriormente, se solicitó cambiar de situaciones con el grupo de la derecha, de modo que pudiesen responder dos situaciones más, en este momento los estudiantes empezaron a hacer comparaciones respecto de las situaciones anteriores, el docente acompañó a un grupo diferente en cada cambio, con esto logró identificar que los estudiantes tienen diferentes estrategias de solucionar una situación, se destacan tres propiamente dichas:

En la primera, los estudiantes leen la situación y tienden a sumar todas las cantidades que se presentan sin detenerse a revisar qué es lo que se pregunta o si la operación que plantean es la indicada. En la segunda, los estudiantes se dedicaron a tomar la pregunta y partir de allí a dar una solución, sin embargo, combinan operaciones o solo realizan una misma operación sin acudir a otros mecanismos de solución. La tercera, se trataba de que cada uno de los estudiantes del grupo solucionaban por separado y luego escogían la mejor opción para resolver y exponer.



Estas estrategias fueron implementadas a lo largo de la solución de las diez situaciones propuestas. Posteriormente, se inició la socialización de las situaciones, uno a uno, los grupos expusieron la forma en que resolvieron la situación planteada junto con el proceso empleado, al tomar los elementos importantes de cada grupo en el tablero el docente encontró las siguientes ideas: “primero leímos el problema”, “sumamos las cantidades”, “multiplicamos los números”, “solo pensamos qué hacer”, “leímos la pregunta”, “miramos que servía”, estos elementos permitieron que el docente pudiese introducir el método de Pólya para la resolución de problemas, pasando así al tercer momento de la clase, también encontró que la mayoría de grupos empleo la adición como proceso de solución para el problema.

El docente empezó a explicar que antes de cualquier acción lo importante era leer y comprender el problema al que se estaban enfrentado, los estudiantes sugirieron que era necesario dado que allí era donde se encontraba la información. Acto seguido, el docente indicó que después de comprender la situación, se debe pensar en un plan, los estudiantes aportaron que ahí era donde se “piensa qué operación se debe hacer”, luego de esto se preguntó sobre cuál sería el paso a seguir, a lo que se contestó “hacer las operaciones”, el docente indicó que correspondía al tercer paso, ejecutar el plan, finalmente, concluyó diciendo que antes de dar la respuesta se debía examinar la solución, es decir, se debía contrastar la solución con la pregunta y además revisar los procesos realizados. Los estudiantes la redujeron a “se debe comprobar la operación para ver si está bien”. Se solicitó a los estudiantes escribir los cuatro pasos de la solución en el cuaderno.

Con este tipo de situaciones se trabajan las situaciones de isomorfismo de medidas, existen proporcionalidades simples, acorde con lo expuesto por Vergnaud (1988), este tipo de situaciones hace que el estudiante enfrente sus conocimientos con la o las preguntas que se realizan dentro del problema, de igual manera se encuentra cómo emplean sus estrategias de solución de problemas, la necesidad de operar todas las cantidades que aparecen dentro de la situación, de acuerdo con Rizo y Campistrous “esta estrategia se asocia a la “tendencia ejecutora” (...) un problema siempre debe conducir a resolver operaciones” (1999, p. 39).

En la figura 2, se encuentran algunas de las respuestas que presentaron los estudiantes en la solución de los problemas de razón.

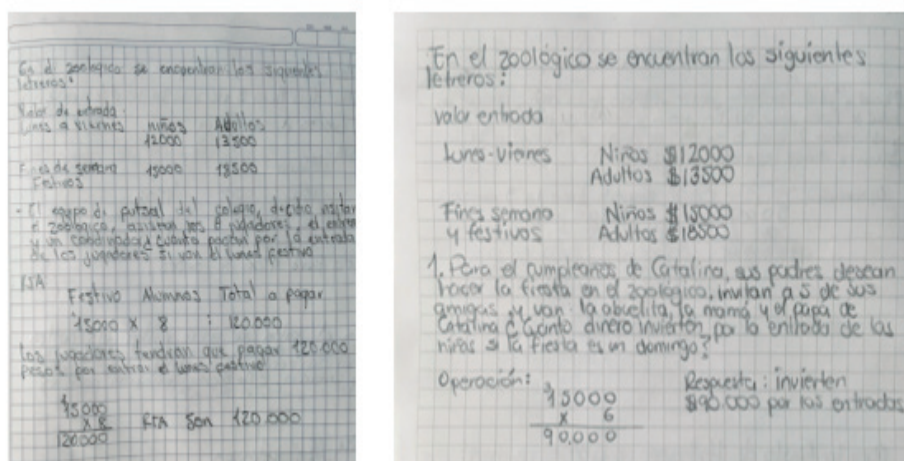


Figura 2. Respuestas de las situaciones de razón.

Con este tipo de soluciones se encuentra la forma de aplicación de las diferentes formas de representación que pueden dar los estudiantes a una misma situación, al respecto Radford (2006) expresa la relación entre el signo y el contexto, de modo que sea un acercamiento entre la matemática y su aplicación al entorno cotidiano de los estudiantes.

En la sesión 3, a cada uno de los estudiantes se le entregó una de las cinco situaciones propuestas, no se retomó ni se hizo alusión al método planteado en la sesión anterior, en este caso al realizar la observación de la solución se encontró que varios estudiantes empezaron a aplicar el método Pólya mientras que otros simplemente siguieron su modelo inicial de solución, se notó además que quienes implementaban el método aprendido, empleaban la multiplicación como proceso de solución e identificaban con mayor facilidad las veces que se repetía una cantidad.

En el momento de unión de los estudiantes en los grupos de la respectiva situación, se encontró que los estudiantes entre sí empezaron a realizar correcciones respecto de sus propias soluciones, los estudiantes que emplearon el método Pólya realizaron afirmaciones como “se te olvidaron los pasos”, “no inventaste un plan” y “se te olvidó comprobar tu operación”. Quienes los escuchaban respondían “cierto, se me olvidó”, “si la comprobé, pero esa no era la operación que tenía que hacer” y “yo solo leí el problema y ya”.

Al realizar la socialización los monitores manifestaron que no todos sus compañeros emplearon el método aprendido, de los cinco grupos solo



dos definieron que todos los miembros de su grupo lo habían empelado y por tanto tuvieron la misma solución a la situación. Posteriormente, el docente en diálogo con los estudiantes explicó la importancia de leer detenidamente las situaciones hallando los datos relevantes de la misma, de forma que se pueda comprender la información que les brindan y la pregunta que les realizan.

En este caso, las situaciones problema, apuntaban al trabajo de problemas de comparación aquellos en los que existen dos magnitudes a analizar, así los estudiantes pueden establecer en cambio en cada una de ellas y cómo es la afectación que se presenta entre sí. Ahora bien, el trabajo entre iguales aporta en la formación del estudiante dado que “para conseguir que la interacción entre iguales mejore el aprendizaje de sus miembros, será necesario diseñar procesos instruccionales que faciliten los procesos de dar y recibir la ayuda adecuada durante el proceso de resolución de un problema concreto” (Pifarré y Sanuy, 2001, p. 300).

En la figura 3 se encuentran algunas respuestas encontradas durante la solución de problemas de comparación.

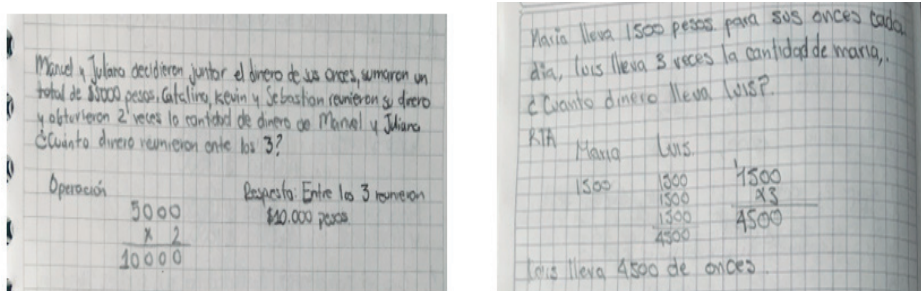


Figura 3. Respuestas de los problemas de comparación.

En esta sesión se encontró que los estudiantes realizaron representaciones concretas de los objetos que se presentaron y aplicaron los signos matemáticos en pro de encontrar la solución de la situación que se planteó en cada uno de los casos. Dentro de sus discusiones se halló un uso de lenguaje verbal relacionados con la simbología matemática.

En la sesión cuatro, se trabajaron los problemas relacionados con la combinación, en este caso se entregó a cada grupo una situación diferente, n esta sesión de trabajo se encontró que los diálogos de los estudiantes apuntaban al uso del método de Pólya para solucionar las situaciones, en este sentido, las soluciones que proponían eran basadas en la información que proporcionó la situación. Algunas estrategias empleadas por los



estudiantes fueron las gráficas y diagramas para hacer las combinaciones necesarias en cada uno de los casos.

Cuando se realiza la socialización se encuentra que los estudiantes llegaron a la solución correcta bajo el método Pólya, entre las preguntas que se realizaron a los estudiantes se encontró que ellos definen la importancia de leer bien la situación, también señalaron que se debe planear cómo encontrar una solución, algunos manifestaron que entre sus estrategias estuvo dibujar las combinaciones de la situación y hacer tablas de relación entre los elementos que les brindaba la situación.

Para finalizar la sesión el docente socializó las respuestas de los estudiantes, aclarando las dudas de los estudiantes y los procesos multiplicativos que se podían emplear para dar solución a las situaciones, de la misma manera, afianzó los conocimientos acerca de la multiplicación y de la implementación que tiene dentro del trabajo matemático y la solución de situaciones problema en diferentes contextos.

En este último caso, se trabajaron las situaciones problema de combinación, en las que el producto cartesiano y las estrategias de relación cobran sentido, de acuerdo con Vergnaud (1990), este tipo de situaciones llevan al estudiante a emplear la estructura multiplicativa de una forma diferente, aplicando las relaciones cuaternarias en diferentes contextos que solo el uso del algoritmo habitual.

Prueba final. Al concluir la aplicación de la secuencia didáctica propuesta se aplicó nuevamente la prueba diagnóstica con la intención de definir el avance de los estudiantes en cuanto al uso del método Pólya (1990) en la resolución de problemas y más aún en la construcción de un nuevo significado de los procesos multiplicativos dentro de las situaciones problema. Para ello, se presentan los datos de cada una de las preguntas con su respectivo análisis.

En la figura 5 se encuentran algunas respuestas encontradas durante la aplicación de la prueba final.



ÁREA DE MATEMÁTICAS
NOMBRE: Juan Manuel Martínez **GRADO:** QUINTO 509

Resuelve cada situación realizando la operación que consideres y colocando la respuesta respectiva, ten en cuenta la información que se presenta para cada caso.

Soluciona las preguntas 1 a 5 con base en la siguiente información:

Juan fue a la tienda del barrio, para hacerle un mandado a la mamá, y encontró el siguiente aviso:

GRAN PROMOCIÓN

UNA LIBRA DE ARROZ EN \$1.450

UN LITRO DE LECHE POR \$1.800

1. Juan debe comprar 7 libras de arroz ¿Cuánto debe pagar?

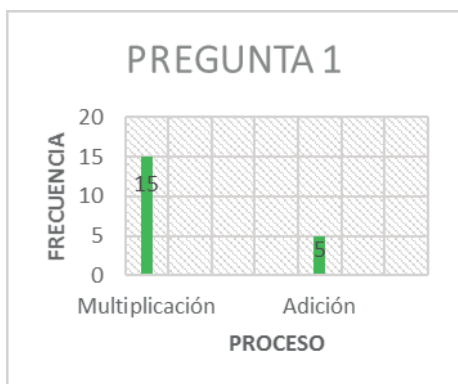
$$\begin{array}{r} 1.450 \\ \times 7 \\ \hline 10.150 \end{array}$$
R/ Juan tiene que pagar 10.150 para las 7 libras
2. Al comprar 4 litros de leche, ¿cuánto dinero debe recibir el tendero?

$$\begin{array}{r} 1.800 \\ \times 4 \\ \hline 7.200 \end{array}$$
R/ el tendero tiene que recibir 7.200 por las 4 litros
3. En la tienda hay otro letrero que dice "lleve una libra de pechuga de pollo, cuesta 3 veces el valor del litro de leche" ¿cuánto dinero cuesta la libra de pechuga?

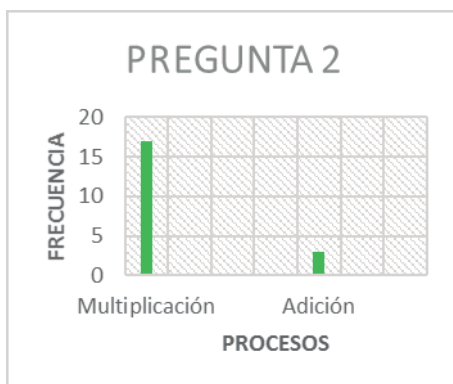
$$\begin{array}{r} 1.800 \\ \times 3 \\ \hline 5.400 \end{array}$$
R/ la libra de pechuga le vale 5.400
4. En la tienda ofrecen la libra de sal en \$900. El litro de leche cuesta \$1.800. ¿Cuántas veces más cuesta el litro de leche que la libra de sal?
R/ el litro de leche cuesta el doble de sal
5. La libra de café cuesta cuatro veces más que la libra de azúcar. Si el café cuesta \$8.600 ¿Cuánto dinero cuesta la libra de azúcar?
R/ la libra de azúcar cuesta 2.150

Figura 4. Respuestas prueba final.

Isomorfismo de medidas: Problemas de razón. De nuevo, en esta categoría, se ubican las preguntas 1 y 2, después de la implementación se encontró que los estudiantes avanzaron en el uso de los procesos multiplicativos, en este caso, los estudiantes prefirieron usar la multiplicación para dar una solución a la situación planteada, estos datos se presentan en las gráficas 11, 12 y 13.



Gráfica 11. Procesos en la pregunta 1 prueba final



Gráfica 12. Procesos en la pregunta 2 prueba final



En este caso, los estudiantes, no solo encontraron la respuesta adecuada, sino que además aplicaron con mayor frecuencia el proceso multiplicativo para la solución de la situación propuesta, con esto se evidencia que el trabajo de aula permite al estudiante generar nuevos conocimientos y nuevas estrategias que, a su vez, son empleadas para la solución de situaciones en diferentes contextos, en esta medida, se debe señalar también que el trabajo junto a sus pares académicos, les permite ahondar en las dudas e inquietudes que se pueden generar, haciendo que su aprendizaje, sea aún mayor.

Resultados

El trabajo de resolución de problemas en el aula de clase es de vital importancia debido a que es una de las competencias que resalta en la educación (MEN, 2006), una de las grandes vertientes del trabajo con estudiantes es el fortalecimiento de las competencias que se proponen dentro del área de matemáticas, del mismo modo se destaca el hecho de que estas situaciones problema se deben exponer de diferentes modos y con distintos tipos de lenguaje, en este sentido, se presenta una relación directa con Powell y Fuchs (2018) quienes demostraron que este tipo de intervenciones en el aula de clase hace que el estudiante las consolida y las pone en juego al momento de enfrentarse con situaciones similares.

De igual manera, se resalta la importancia de integrar diferentes metodologías de clase y no caer en una simple clase tradicional, es decir, se han de crear espacios de argumentación y socialización en los cuales el estudiante tenga la posibilidad de expresar sus dudas, opiniones e ideas, tal como lo indica Ortega (2016) es importante llevar al estudiante a “saber hacer” y no solo a solucionar situaciones sin contexto.

Por otra parte, se establece un punto de convergencia en cuanto a la necesidad de fortalecer el pensamiento numérico y, más aún, los procesos multiplicativos puesto que son operaciones que se realizan en torno al aprendizaje de los números naturales, que son el conjunto numérico que se propone durante la educación básica primaria (MEN, 2006), este tipo de procedimientos se han de llevar a cabo mediante situaciones que propongan un lenguaje natural y cotidiano para los estudiantes (Murcia, 2008), con situaciones que se familiaricen con ellos (Castro et al., 1996) y que los lleven a planear y ejecutar estrategias de solución ante la situación planteada y ante futuras situaciones similares a ella.



Conclusiones

Luego de la implementación de la secuencia didáctica con los estudiantes de quinto grado, se encontró en el diagnóstico que los estudiantes tienen diferentes dificultades tanto en la forma de solución como en la aplicación de procesos multiplicativos, en la mayoría de las respuestas el uso de operaciones distintas a multiplicación y división. De igual manera, se encontró que utilizaron cualquier tipo de estrategia sin tener en cuenta una organización o una implementación adecuada para obtener la información adecuada de la situación que los llevaría a la solución de la misma.

Por otro lado, el diseño de actividades en las que se tienen que resolver diferentes tipos de situaciones provoca que el alumno combine sus conocimientos con diferentes estrategias, sin embargo, aclarar y orientar una metodología de solución específica, lleva al alumno a identificar más fácilmente los información que se brinda y la solicitud que se hace, de igual manera, el hecho de aplicar el trabajo en grupo o en equipo lleva al alumno a compartir sus conocimientos con sus compañeros de trabajo, esto también conduce a una facilidad de conversación entre ellos, generando una interacción que no solo permite la construcción de nuevos conocimientos sino que también fortalece las estrategias de resolución de problemas, cuando los estudiantes interactúan son capaces de presentar sus ideas en un lenguaje adecuado entre ellos.

Además, la construcción del conocimiento a través de la interacción con otros permite un fortalecimiento en su aplicación en situaciones posteriores ya que parten de sus propias vivencias para definir sus propias estrategias e ideas, en el caso específico de esta investigación se encontró que los estudiantes relacionaron el situaciones con otros de su pasado o de su vida cotidiana como ir de compras o ir a la cooperativa escolar, de acuerdo con lo anterior, es vital enfatizar que las situaciones problemáticas que surgen en el aula deben surgir del mismo contexto que los alumnos, en para que se sientan propios y por tanto permitan su propia y real interacción con ellos.

Por otro lado, cabe señalar que los estudiantes fortalecen sus conocimientos a través de la experiencia, aunque en la primera sesión aún eran muchos los estudiantes que no seguían una metodología organizada en la resolución de problemas, se notó avances en la tercera y cuarta sesiones, no solo en base a los conocimientos y orientación brindados por el docente, este cambio también se dio al aporte de cada uno de los grupos de discusión en los que los estudiantes pudieron indicar fácilmente a sus compañeros



el siguiente paso para poder resolver de manera efectiva la situación que ella apareció.

Como aporte a la enseñanza de las matemáticas, se encontró que, en cuanto a la metodología propuesta por Pólya para la resolución de problemas, es clara y concisa para los estudiantes, durante la implementación se notó el interés de los estudiantes en conocer que Muchas de las estrategias empleadas por ellos correspondieron a una estrategia teóricamente expuesta, de esta forma se debe resaltar que es importante para el alumno que sus propias estrategias y modelos de solución se potencien a medida que le permitan el aula.

Ahora, con respecto a los procesos multiplicativos, es fundamental recordar a los alumnos que la multiplicación no es solo una suma abreviada del mismo apéndice, sino que dependiendo del contexto se puede representar como un producto cartesiano, por ejemplo. Del mismo modo, los alumnos deben ser capaces de realizar representaciones gráficas de las situaciones planteadas, así como de su solución, ya que en ocasiones los alumnos no siempre comprenden el lenguaje verbal.

Para la reflexión, cabe señalar que la resolución de problemas es una buena forma de trabajar cualquier tipo de concepto matemático, una vez más se enfatiza la necesidad de que las situaciones propuestas sean en el contexto del alumno, este tipo de trabajo hace que el alumno se consolide. sus nociones, ampliar sus conocimientos y aplicar estrategias y habilidades en lectura crítica, selección de información, elaboración de planes y toma de decisiones, que son fundamentales para cualquier tipo de trabajo en los procesos de enseñanza y aprendizaje de procesos matemáticos dentro de la aula.

Referencias Bibliográficas

- Alfaro, C. (2006). Las Ideas De Pólya En La Resolución De Problemas. Cuadernos De Investigación Y Formación En Educación Matemática, 1-13.
- Castro, E. (1995). Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación. Granada: Comares.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. Investigación en educación matemática XII. 12, pág. En Línea. Badajoz: SEIEM.
- Castro, E., Rico, L., y Castro, E. (1995). Estructuras Aritméticas Elementales Y Su Modelización. Bogotá: Iberoamérica.



- Castro, E., Rico, L., Gutiérrez, J., Castro, E., Segovia, I., Morcillo, N., . . . Tortosa, A. (1996). Evaluación de la resolución de problemas aritméticos en Primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 14(2), 121-140.
- Delgado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42.
- Gascón, J. (1994). El Papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. *Educación Matemática*, 6(3), 37-51.
- Ivars, P., y Fernández, C. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación Matemática*, 9-38.
- Kilpatrick, J., Gómez, P., y Rico, L. (1998). *Educación Matemática*. Bogotá: Una empresa docente.
- Ministerio De Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Ministerio De Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de educación Nacional. (2013). *Secuencias didácticas en matemáticas para educación básica primaria*. Bogotá: Ministerio de educación Nacional.
- Ministerio De Educación Nacional. (2017). *Reporte De Resultados Saber Quinto. En Resultados Pruebas Saber*. Bogotá: Ministerio De Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Vamos a aprender 5*. Bogotá: SM.
- Ministerio de Educación Nacional. (2018). *Reporte De Resultados Avancemos. En ICFES, Resultados Prueba Piloto Avancemos*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Pimm, D. (2002). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Ediciones Morata.
- Pólya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad de México: Trillas.
- Vergnaud, G. (1990). *La Teoría de los Campos Conceptuales*. París: Universidad René Descartes.
- Vergnaud, G. (2013). *¿Qué Pasa Con La Teoría De Los Campos Conceptuales?* *Fundación Infancia Y Aprendizaje*, 131-161.

Como citar este artículo: Saiz-Sáen, M. y Palacios-Pinzón, J. (2020). Los procesos multiplicativos y la resolución de problemas. *Voces y Realidades Educativas*, (5) 57 - 76
