



# SURGIMIENTO DE LA GEOMETRÍA DESDE LAS CONSTRUCCIONES GRIEGAS Y LA CONCEPCIÓN ARQUIMEDIANA

EMERGENCY OF GEOMETRY FROM THE GREEK  
CONSTRUCTIONS AND THE ARCHIMEDIAN CONCEPTION

*Adriana Rocío Camacho Agudelo<sup>1</sup>*

Recepción: 30/07/2019  
Aceptación: 30/10/2019  
Artículo de Reflexión

## Resumen

Este artículo pretende abordar la enseñanza de la Geometría en educación secundaria desde el ámbito griego, exponiendo los resultados obtenidos en una actividad de tipo exploratoria basada en las teorías de las aulas investigativas, donde los estudiantes por medio de materiales y algunas instrucciones un tanto abiertas se dieron la oportunidad de hallar conclusiones y proponer demostraciones a las tres construcciones griegas (la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del cubo) y la concepción Arquimediana del número  $\pi$ . En la enseñanza de la Geometría en la educación secundaria los docentes nos quedamos cortos en cuanto al abordaje de la historia, de ese surgimiento que dio origen a lo que finalmente usamos tanto y lo titulamos como Geometría. Los griegos dejaron nos dejaron grandes aportes los cuales a pesar de ser

---

<sup>1</sup> Magister en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja – Boyacá – Colombia. [adricamacho92@hotmail.com](mailto:adricamacho92@hotmail.com)



demorados en su demostración aún siguen vigentes y se convierten en una herramienta importante en la geometría y sus propios inicios.

**Palabras claves:** Aulas Investigativas, Construcciones Griegas, Surgimiento de la Geometría, Educación Matemática, Concepción Arquimediana.

## **Abstract**

This article aims to address the teaching of Geometry from the Greek field, exposing the results obtained in an exploratory activity based on the theories of research classrooms, where students through materials and some somewhat open instructions were given the opportunity to find conclusions and propose demonstrations to the three Greek constructions (the quadrature of the circle, the trisection of the angle and the duplication of the cube) and the Arquimediana conception of the number  $\pi$ . In the teaching of Geometry in secondary education, teachers fall short in terms of the approach to history, from that emergence that gave rise to what we finally use so much and we call it Geometry. The Greeks left us great contributions which, despite being delayed in their demonstration, are still valid and become an important tool in geometry and its own beginnings.

**Key words:** Research Classrooms, Greek buildings, Emergence of Geometry, Mathematics Education, Archimedean Conception



## Introducción

En el estudio del surgimiento de la Geometría se encuentran infinidad de aportes que grandes matemáticos dejaron, dentro de estos se hallan los problemas de construcción de los griegos, y el desarrollo del número  $\pi$  realizada por Arquímedes<sup>1</sup> los cuales demoraron varios años en su estudio y hoy cobran vigencia tratando de realizar dichas demostraciones, las cuales desde algunos son simplemente imposibles sus soluciones e inviable su estudio.

La cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del área del cubo y el desarrollo del número  $\pi$  desde la concepción Arquimediana, son en sí mismos elementos significativos dentro del surgimiento de la geometría, además de ser aportes relevantes. Hacer que nuestros estudiantes trabajen en el desarrollo de estas construcciones es todo un reto geométrico y matemático, que nuestros alumnos de grado décimo hagan uso de sus bases y trabajen en las construcciones, desafía los contenidos y sus mismos conocimientos.



Figura 1. Construcciones griegas

El hecho de hacer este abordaje geométrico-matemático en este punto de la educación secundaria, marca de forma directa el aprendizaje del estudiante ya que no está limitando su conocimiento a todo lo que su docente escoja para dirigir, sino que se vuelve conocimiento exploratorio y auto dirigido con límites individuales.

Los lineamientos curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) 1998, relacionan las temáticas con la pertinencia para nuestros estudiantes y sus respectivas edades, sin embargo, se queda corto, aproximándose únicamente a estructuras matemáticas simples y rígidas en el conocimiento, abstractas a ellos y con poco significado cotidiano.

<sup>1</sup> Arquímedes de Siracusa fue un físico, ingeniero, inventor, astrónomo y matemático griego. Aunque se conocen pocos detalles de su vida, es considerado uno de los científicos más importantes de la Antigüedad clásica. 288 a. c. a 212 a. c.



Dentro de las temáticas de la geometría en los currículos académicos, no se encuentra que el estudiante indague sobre los inicios de la geometría, sobre el surgimiento de lo que usa, y supone es algorítmico a su conocimiento, y en paralelo a la enseñanza que como docentes administramos todos los días.

La filosofía de la matemática actual ha dejado de preocuparse tan insistentemente como en la primera mitad del siglo sobre los problemas de fundamentación de la matemática, especialmente tras los resultados de Gödel a comienzos de los años 30, para enfocar su atención en el carácter cuasi empírico de la actividad matemática (I. Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de las matemáticas en la cultura de la sociedad en la que se origina (R. L. Wilder), considerando la matemática como un subsistema cultural con características en gran parte comunes a otros sistemas semejantes. Tales cambios en lo hondo del entender y del sentir mismo de los matemáticos sobre su propio quehacer vienen provocando, de forma más o menos consciente, fluctuaciones importantes en las consideraciones sobre lo que la enseñanza matemática debe ser (Miguel de Guzmán, 1993).

## Contenido

Hallado el inconveniente en el currículo de la institución y en general del país, me surge la inquietud de la inclusión del surgimiento de la geometría como temática, teniendo el gran interrogante del cómo, qué grado, bajo qué parámetros y con base a que teorías poder analizar resultados y dar conclusiones.

Me dispuse en la tarea de desarrollar una actividad Matemática-Geométrica donde los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa donde laboro, institución de carácter privado del municipio de Villapinzón Cundinamarca, trabajaran desde otra perspectiva la Geometría, una perspectiva con toque histórico y exploratorio, donde por medio de la formulación de conjeturas los estudiantes pudiesen dar conclusiones importantes como bases de los principios de la Geometría.

La actividad no contenía instrucciones específicas, o de paso a paso como lo acostumbramos, no pautaba el camino hacia un punto determinado, ni tampoco flexibilizaba el resultado por el contrario dejaba de manera



abierta la forma de abordaje, la meta y recorrido. Esperaba que ellos, luego de un tiempo prudente empezaran a dar conjeturas de solución, e intentaran comentar curiosidades encontradas.

Se realizaron (2004) trabajos en los estudiantes la exploración, la indagación y la manera de incentiva en ellos la investigación matemática. Según la clasificación de Ponte (2004), se tiene:



Figura 1. Tipos de tareas. Tomado de Ponte (2004)

En este sentido se trata de involucrar estos tipos de tareas para hacer de la actividad una experiencia Investigativa y enriquecedora para cada estudiante,

### ***Primera Tarea***

Los estudiantes de manera individual deberán extraer la información necesaria de un círculo de papel dado de tal manera que puedan a partir de esto crear un cuadrado que cubra exactamente la misma área que el círculo dado. Deberá cada estudiante consignar en su hoja de trabajo todas y cada una de las conjeturas y conclusiones halladas luego de realizar la actividad.

### ***Segunda Tarea***

El estudiante deberá graficar un ángulo en la hoja de trabajo a continuación y usando únicamente regla y compás deberá dividir dicho ángulo en tres partes iguales. Repetirá el procedimiento dos veces de tal manera que use distintas medidas de ángulos y halle conclusiones a partir de los hallado.

### ***Tercera Tarea***

Se facilitará a cada uno de los estudiantes un pequeño cubo el cual deberán ser observado hasta dar con características propias del mismo del tal mera que puedan duplicar el área de ese cubo para construir un nuevo cubo.



### ***Cuarta Tarea***

Los estudiantes podrán explorar de manera tangible la concepción de Arquímedes acerca de número  $\pi$ , se dará un trozo de lana y un círculo en papel a cada uno de los alumnos, ellos deberán tomar la medida del diámetro de círculo dado y constatar las veces que cabe ese diámetro en la circunferencia que rodea el círculo dado.

### ***Análisis teórico desde las Aulas Investigativas y MEN***

Los aportes de los griegos en el surgimiento de la Geometría, estudiaron a profundidad los conceptos geométricos que son dentro del aula de clase muy importantes y por ende no se pueden pasar por alto. Es ahí donde es relevante de igual manera señalar lo que el ministerio de educación nacional tiene a bien como las competencias básicas y los conocimientos básicos en Geometría de esta manera se habla de la geometría como algo activo y tangible para los estudiantes:

Para lograr este dominio del espacio se sugiere el enfoque de geometría activa que parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de ‘hacer cosas’, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente contruidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales. (1998)

Desde esta mirada y a partir la misma geometría, la propuesta se encuentra en el hecho de poder hacer vivencial la historia de la geometría para los estudiantes, que ellos desde sus propias construcciones con regla y compas puedan adentrarse a la geometría y a la teorización de conceptos que han utilizado desde los inicios de su escolaridad.

Ver que la geometría en sus inicios es construible y justamente más interesante para todos es satisfactorio en la enseñanza con los estudiantes.



Lograr en ellos más que procesos algorítmicos, más que cálculos matemáticos, es importante y por qué no, una muy buena conclusión de la historia de la geometría: que mejor clasificación de dichos aportes que la misma construcción de los mismos estudiantes en el aula de clase.

Ahora, desde la parte teórica en educación matemática, es relevante notar los aportes que desde aulas investigativas se hace para la elaboración de las actividades y los resultados significativos que se deben asegurar en la actividad de enseñanza y aprendizaje y desde la misma actividad matemática que se realiza.

Rodríguez y Vicario (...) afirman que: la carencia de factores de génesis del conocimiento matemático en relación a la matemática escolar que se enseña actualmente es una de las problemáticas que se hace necesario discutir para proponer alternativas en la enseñanza de las matemáticas.

Ponte (2003), y otros autores de las Aulas Investigativas, aseguran que los estudiantes en el desarrollo de sus actividades matemáticas, deben pasar por algunos momentos los cuales son: exploración, formulación de conjeturas, verificación y validez de conjeturas y resultados parciales y totales de los realizado. Estas aseguran que las actividades matemáticas se desarrollen a cabalidad y se hallen resultados óptimos.

Ponte J., Brocardo J. & Oliveira (2006) aseguran que el desarrollo de una actividad matemática mediante Aulas investigativas debe realizarse mediante algunas etapas las cuales permiten el curso de la actividad:

**Arranque en aula:** De esta etapa depende todo lo restante, el profesor debe garantizar que todos los alumnos entiendan el sentido de la actividad, y brindar un ambiente de disfrute para que la tarea se realice en total motivación.

**Desarrollo del trabajo:** en esta etapa los estudiantes formularan conjeturas, mediante la exploración, y hallará conclusiones y resultados pertinentes.

**Discusión de la investigación:** esta etapa final brinda a los estudiantes la oportunidad de confrontación de conjeturas y afirmación o fracaso de conclusiones planteadas.

Es importante la ampliación de los contenidos que se puede hacer desde la geometría en la educación secundaria, ya que esta brinda a los

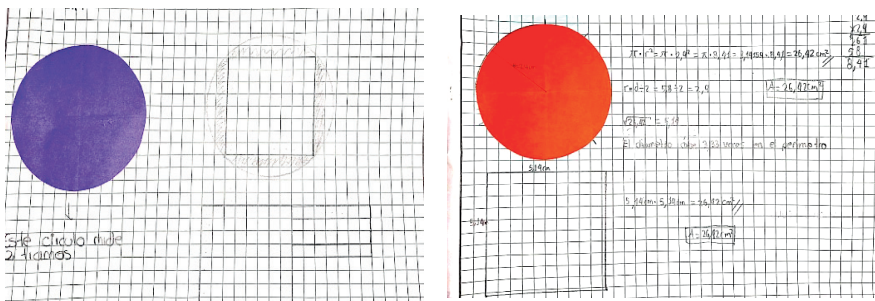


docentes herramientas, para lograr el disfrute de las clases e incentivan el aprendizaje de nuestros estudiantes. Lo sustancial se encuentra en las maravillas que se hallan en la naturaleza y las cuales encuentran explicaciones desde la geometría, es de nosotros como docentes una tarea fundamental, dar a conocer la majestuosidad de las Matemáticas y en particular de la Geometría.

## Resultados

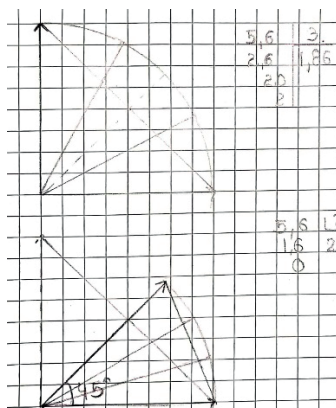
Desde las aulas investigativas se llevan a cabo algunos momentos que brindan un camino libre y bien demarcado hacia la meta de trabajo en la actividad propuesta al estudiante, en este sentido se plantearon las tareas teniendo en cuenta los momentos tratando se desarrollados de manera exploratoria.

La primera tarea fue abordada de manera algorítmica, los estudiantes en su mayoría acudieron a las ecuaciones que permiten determinar el área de un cuadrado y de un círculo respectivamente. La constante de ellos fue acudir a soluciones numéricas y no a construcciones geométricas, los estudiantes a pesar de contar con el material tangible no recurren a este para encontrar soluciones, la base general para los alumnos es lo numérico.

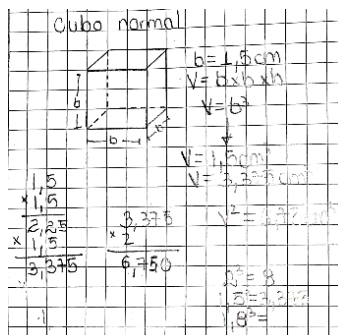


La segunda tarea, la realizaron utilizando primero la construcción del ángulo recto ( $90^\circ$ ), dado que no podían usar transportador creyeron más sencillo hacer un ángulo recto y dividirlo en tres partes iguales, sin embargo, usaron el compás en el desarrollo de sus construcciones.





El abordaje de la Tercera actividad se realizó de manera pausada ya que no sabían cómo hacer la construcción que cumpliera con las condiciones dadas, no sabían si graficar o si usar otras formas, un estudiante afirmó que simplemente sobreponiendo dos de los cubos dados se obtendría así la duplicación del cubo, sin embargo, otro refutó diciendo que ya no sería un cubo. Finalmente optaron por la construcción del cubo en la hoja de trabajo midiendo el lado del cubo original y cuya multiplicación por dos les daba un valor numérico el cual usaron como medida del lado del cubo construido.



La última actividad se llevó a cabo como las demás actividades de forma exploratoria, midieron varias veces tratando de hallar un valor exacto un valor definitivo, un número real y además entero era lo que trataban de encontrar, sin embargo, hubo quienes hallaron valores un tanto más cercanos a lo estudiado por Arquímedes y que se conoce como la concepción de Arquímedes.



Conclusión:  
La circunferencia de un círculo es igual  
a 3,25 veces el diámetro del mismo.

Yo podría concluir que, cuando  
hallamos el área,  $\pi$  son las  
veces que cabe el diámetro  
en el perímetro, ya que en  
los dos círculos dio un resultado  
similar a 3.1 o 3.20

## Conclusiones

La experiencia de hacer de los estudiantes que pensarán como los griegos brinda muchas herramientas para el trabajo futuro con los alumnos, es verdad que si los ponemos a investigar en matemáticas ellos lo hacen, porque nadie mejor que ellos para indagar, explorar y conjeturar a partir de un determinado tema.

Desde el currículo de matemáticas no se estipula el abordaje de la epistemología de los conocimientos que damos a nuestros estudiantes, no es relevante desde los lineamientos curriculares que se hable de historia de las matemáticas en cada una de las clases y mucho menos que se aborden las temáticas partiendo de su génesis. Hay quienes afirman que no es del todo provechoso este trabajo en el aula, sin embargo, resulta fructuoso y conveniente el desarrollo de este tipo de temáticas.

Trabajando las tareas como las propone Ponte (2004), los estudiantes desarrollan de distintas maneras sus habilidades y quizás hasta se pueden graduar sus habilidades, ver que estudiantes pueden llegar a conclusiones tan importantes como lo es la concepción a concepción que Arquímedes tenía como valor de un número irracional es ver que se ha llagado con este estudiante a una abstracción de los conocimientos de forma significativa y es gratificante en la tarea como docente.



## Referencias

- ARBOLEDA L., CASTRILLÓN G. (2007). Educación Matemática, Pedagogía y Didáctica. *revemat - revista eletrônica de educação matemática*. v2.1, p.5-27. UFSC: 2007
- CANTORAL R. (2010) ¿Qué es la matemática educativa? *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, vol. 13, nNo3, p. 253
- CHEVALLARD Y., BOSCH M., GASCÓN J. (1997). *Estudiar Matemáticas El Eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Editorial Horsori. Apart. 22.224 (08080) Barcelona.
- DA PONTE J. (2003), *Investigaciones en el currículo del aula de Matemáticas*.
- DA PONTE J., BROCARD J. & OLIVEIRA (2006)
- FLORES, P., LUPIÁÑEZ, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada.
- GODINO J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. GAMI, S. L. Fotocopias.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Lineamientos Curriculares Matemáticas – derechos básicos de aprendizajes*. cooperativa editor magisterio.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA (2014). foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA (2014). foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes.
- LINEAMIENTOS CURRICULARES (1998), Ministerio de educación Nacional.
- RODRÍGUEZ V., VICARIO M. *El uso de la historia Matemática en la enseñanza*. Universidad Autónoma de Guerrero. 12 seminario de introducción a la Matemática Educativa.

---

**Forma de citar este artículo:** Camacho Agudelo, A. R. (2019) “Surgimiento de la Geometría desde las Construcciones Griegas y la Concepción Arquimediana” *Revista Voces y Realidades Educativas* (4) pp. 155 - 166

---