



EL TANGRAM COMO INSTRUMENTO MEDIADOR EN EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA GEOMÉTRICA

EL TANGRAM COMO INSTRUMENTO MEDIADOR EN EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA GEOMÉTRICA

John Jairo González González¹

Recepción: 21/07/2019
Aceptación: 30/10/2019
Artículo de investigación

Resumen

Se presenta la indagación sobre el aporte del tangram para superar errores que se cometen durante el aprendizaje del algebra geométrica. La investigación consta de dos momentos, en el primero se realiza una identificación de los errores mediante una prueba diagnóstica y en el segundo se aplican dos situaciones didácticas utilizando el tangram para su mediación. Se registraron los resultados de los dos momentos desarrollados, con el fin de establecer la evolución de los errores hallados en la prueba diagnóstica, los cuales en parte están enmarcados en la tipología de errores y obstáculos de Socas (1997) , estos relacionan nociones previas necesarias para operar procedimental y conceptualmente.

Se apreció como la aplicación del tangram, desarrolla en los estudiantes una mayor comprensión de los diferentes objetos matemáticos, que intervienen durante el proceso de aprendizaje del algebra geométrica

¹ Magister en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia – Tunja – Boyacá. Docente, Facultad de Ciencias de la Educación, Tunja, Colombia, E-mail: jhosand01@yahoo.es



mediante la superación de los errores más comunes que se cometen durante su aprendizaje.

Palabras claves: Algebra geométrica, errores, obstáculos, tangram, aprendizaje.

Abstract

The one an identification of the errors is carried out by means of a diagnostic test and in the second one two didactic situations are applied using the tangram for its mediation. The results of the two developed moments were recorded, in order to establish the evolution of the errors found in the diagnostic test, which are partly framed in the typology of errors and obstacles of Socas (1997), these relate previous necessary notions to operate procedurally and conceptually.

It was appreciated how the application of the tangram, develops in students a greater understanding of the different mathematical objects, which intervene during the learning process of geometric algebra by overcoming the most common mistakes made during their learning.

Key words: Geometric algebra, mistakes, obstacles, tangram, learning



Introducción

La complejidad para el estudiante de realizar la transición de los denominados por Duval como objetos matemáticos, (Godino, Juan D; Batanero, Carmen, 1994), suponen una dificultad a la hora de comprender las temáticas derivadas de éstos. La innovación durante la mediación ha incluido herramientas como las tecnologías de la información y comunicación (TIC) y materiales didácticos. Como educadores es necesario realizar una crítica continua del quehacer pedagógico, así como de las herramientas que se usan, pero ¿Qué es el tangram?, no se conoce mucho de su origen, solo lo referente a procesos mentales desarrollados en Asia cerca del siglo XVII, se sabe además, que el conquistador francés Napoleón Bonaparte era un especialista y lo utilizaba como un medio de desarrollo mental (Martínez, (2010).

En este trabajo a los errores más comunes de la caracterización de Socas (1997), citados por (Bocco & Claudina, 2010), como un primer paso para conocer las falencias de los estudiantes.

A continuación, se presenta el análisis de los momentos desarrollados para definir la influencia del tangram en el proceso de superación de errores, durante el proceso de aprendizaje del algebra geométrica. Errores de: procedimiento, manejo de signos, que tienen su origen en el obstáculo y los que tienen su origen en la ausencia de sentido; los cuales fueron identificados en la prueba diagnóstica y posteriormente atacados mediante la mediación del tangram en los procesos geométrico-operativos.

Algunos aspectos teóricos

La vinculación del tangram a los procesos algebraicos se enmarca en la propuesta de Paralea (1998), en la cual contextualiza las dimensiones de las figuras geométricas como medio para generar la adquisición del lenguaje algebraico del estudiante y encadenarlo a la base operativa, respaldando al tangram como el puente entre parte conceptual y procedimental del aprendizaje del algebra geométrica

Los errores aparecen cuando se enfrentan a conocimientos nuevos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración, y un uso de los que ya saben, es así, como el desarrollo del pensamiento espacial generado



por el tangram, se asocia al pensamiento geométrico algebraico, al dotar de significado los términos (algebraicos) que intervienen en este lenguaje, por medio de las dimensiones de las figuras que componen este instrumento didáctico.

Categorías de Errores

A continuación, se presentan tabla 1, categorías de errores aplicadas en esta investigación, algunas propuestas por Socas (1997) en el estudio que realizó en algebra y en geometría. De esta forma, se pueden clasificar los errores de los alumnos en relación a distintos orígenes:

Tabla 1
Categorías de Errores

| Categorización de los errores | |
|--|--|
| Error | Descripción |
| De Procedimientos. | Derivan del uso inapropiado que hacen los alumnos de las fórmulas o de las reglas de procedimiento. |
| Al usar el signo menos. | Faltas de concentración (excesiva confianza), bloqueos, olvidos, etc. |
| Que tienen su origen en la ausencia de sentido | Relacionado en las distintas etapas de aprendizaje de un sistema de representación, semiótica, estructural y autónoma. |
| Que tienen su origen en un obstáculo | Conocimientos adquiridos que demuestran su afectividad en ciertos contextos, pero no válidos en otros. |

Elaboración propia

Metodología

Para el desarrollo del trabajo se realizó una consulta teórica, la cual permitió definir los errores y obstáculos más comunes que se cometen durante el proceso de aprendizaje del algebra geométrica (Socas M.), en estudiantes de octavo grado, como también el impacto de la modelación del tangram en el aula de clase.

Este trabajo se desarrolla en dos momentos. Se debe resaltar que la aplicación del tangram en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se llevó a cabo desde el segundo momento. A continuación, se describen los momentos que se establecen para su consecución.



Primer momento: Identificación de errores.

Se realizó una prueba diagnóstica con 34 estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Suazapawa de municipio de Nobsa, los cuales tenían conceptos previos para su desarrollo. Se establecieron en la prueba cuatro ítems, cada uno de ellos pretendía reconocer uno de los errores previstos para su estudio, anteriormente citado y definido por Socas (1997).

Segundo momento: aplicación del tangram.

Se llevaron a la práctica los procesos definidos mediante el estudio del arte del tangram. Tales procesos pretenden vincular las operaciones básicas inmersas en éste, dotando de medidas algebraicas a los lados que lo componen, para posteriormente llevar a cabo cálculos de algebra geométrica, como: el perímetro de figuras construidas (adición), cálculo de áreas (producto), distribución de las áreas que componen el tangram (división) y comparación de figuras que componen el tangram (sustracción).

Los estudiantes que estuvieron presentes durante la aplicación de la prueba diagnóstica, fueron los que desarrollaron la experiencia. De un grupo de 39 estudiantes, estuvieron presentes 34, que corresponden al 87,17% de la población inicial. Para terminar, se realizó el análisis previsto, se graficaron y sistematizaron los resultados.

Resultados y Discusión

Primer momento

Identificación de errores al operar expresiones algebraicas geométricas.

Se aplicó la prueba diagnóstica compuesta por cuatro ítems, cada uno de ellos centrado en la identificación de un error.

Errores de procedimiento (adición de expresiones algebraicas)

En este protocolo pretendía que los estudiantes calcularan el perímetro de dos figuras, entre cuadriláteros y figuras compuestas, a los que se les asignaron valores algebraicos a sus dimensiones, los valores numéricos a los que correspondían tales asignaciones estaban dados en el enunciado del protocolo. Al realizar la revisión se encontró que 19 estudiantes



equivalentes al 56%, se limitaron a sumar los términos literales dados en el gráfico, pese a que los estudiantes tienen claro la operación a realizar no pueden obtener la respuesta correcta debido al procedimiento incorrecto que aplicaron. Ver figura 1.

3. ¿cuál es el perímetro (p) de las siguientes figuras si?

b)
 $a = 5$
 $x = 2$
 $p = 7$

d)
 $a = 3$
 $b = 5$
 $P = 8$

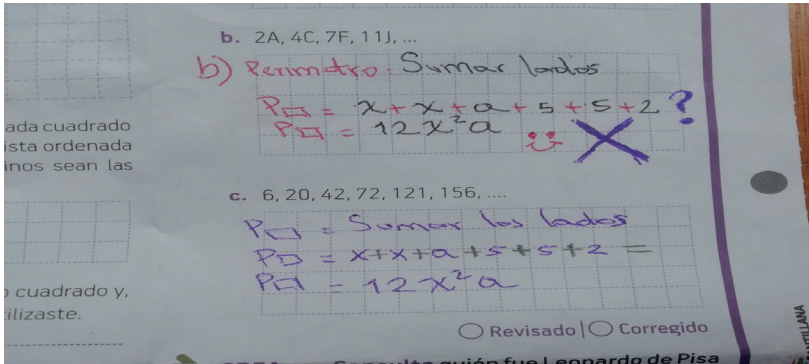
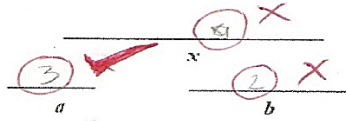


Figura 1. Errores de procedimiento

Uso inadecuado del signo menos. (sustracción de términos algebraicos).
 En este protocolo se observó el error más común, se les pidió a los estudiantes eliminar los signos de agrupación del polinomio algebraico, sin embargo 31 estudiantes correspondientes al el 91%, eliminaron los signos de agrupación sin tener en cuenta las leyes de estos. Los estudiantes consideraron que la respuesta final debía corresponder a un único termino algebraico, así que realizaron operaciones de sustracción entre términos que poseían diferente parte literal. Ver figura 2.



2. Resolver las siguientes operaciones, dados los segmentos:



Si $a = 3$, $b = 2a - 1$ y $x = a + b$ hallar:

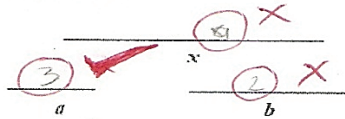
- a. $a - 9 = \underline{6 = 3 - 9}$ ~~X~~
 b. $2x + b = \underline{26}$ ~~X~~ $3 + 2 = 5$
 c. $x - 2b = \underline{322}$ ~~X~~
 d. $a + b + x = \underline{10}$ ~~X~~

Figura 2. Uso incorrecto del signo menos.

Errores que tienen su origen en el obstáculo

Este ítem pretendía que el estudiante realizara el procedimiento para hallar el valor numérico de tres segmentos. Sin embargo, el 76% de los estudiantes no asocio la letra con el valor numérico dado, ni reconoció este valor en las otras expresiones. Ver figura 3.

2. Resolver las siguientes operaciones, dados los segmentos:



Si $a = 3$, $b = 2a - 1$ y $x = a + b$ hallar:

- a. $a - 9 = \underline{6 = 3 - 9}$ ~~X~~
 b. $2x + b = \underline{26}$ ~~X~~ $3 + 2 = 5$
 c. $x - 2b = \underline{322}$ ~~X~~
 d. $a + b + x = \underline{10}$ ~~X~~

Figura 3. Errores que tienen su origen en el obstáculo

Errores que tienen su origen en la ausencia de sentido.

Algunos de los 11 estudiantes con respuesta correcta señalaron que simplemente contaron los lados de la figura sin reconocer la operación o relación con la respuesta. Los 23 estudiantes restantes que incurrieron en el error, correspondientes al 65,71%, argumentaron que evidentemente existía una relación entre la figura y las posibles respuestas. Ver figura 4.



4. Relaciona las columnas escribiendo en e paréntesis la letra que corresponda.


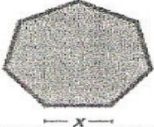

| | | | |
|-----|---|--------------------------------|---|
| (a) |  | (x) ² x+x+x+x+x+x+x | X |
| | | (3) 3 por x | X |
| (b) |  | (8) 8 + x | X |
| | | (6) X+6 | X |
| (c) |  | (e) X por 8 | X |
| | | (5) X por 5 | X |

Figura 4. Errores que tienen su origen en la ausencia de sentido.

Segundo momento:

Aplicación del tangram en los procesos geométricos algebraicos.

Luego de la construcción del tangram en clase, los estudiantes por sí mismos apropiaron el concepto del término algebraico como una de las dimensiones que componen los lados de las figuras del tangram. Se realizaron dos situaciones didácticas, cada una de ellas conformada por dos actividades orientadas a superar los errores identificados en el primer momento.

Situación didáctica 1:

Adición y sustracción de términos algebraicos mediante la construcción de perímetros con el tangram.

Se propusieron dos actividades, la primera para superar “el error en procedimientos” y una segunda actividad para superar “el error originado por el manejo inadecuado del signo menos”. Se asignaron términos algebraicos semejantes y no semejantes a los lados de las figuras que componen el tangram y se les pidió realizar las siguientes actividades que componen la primera situación didáctica. Tabla 2. Situación Didáctica 1.



Tabla 2.
Situación Didáctica 1.

| Situación Didáctica 1: TANGRAM. | | Error a superar |
|---------------------------------|---|--|
| Primera actividad | Calcular los perímetros individuales de el triángulo más pequeño y el más grande. (adición de términos algebraicos). | De procedimientos. |
| Segunda Actividad | Determinar la diferencia de perímetros entre la figura más pequeña y la más grande del tangram (sustracción de términos algebraicos). | Originado por el uso inadecuado del signo menos. |

Elaboración propia

Los estudiantes argumentaron que mediante la manipulación de las figuras podrían determinar intervalos de respuesta de la expresión construida por los términos algebraicos del perímetro.

En la primera actividad, 29 estudiantes correspondientes al 85% contestaron correctamente, entre ellos existieron algunos que no realizaron el procedimiento escrito ya que lo hicieron de forma espacial o geométrica (usando las figuras del tangram). En cuanto a procedimientos, se encontró que los estudiantes asociaron la longitud de los lados de las figuras con los términos algebraicos asignados a ellas, afianzando los conceptos de monomios semejantes.

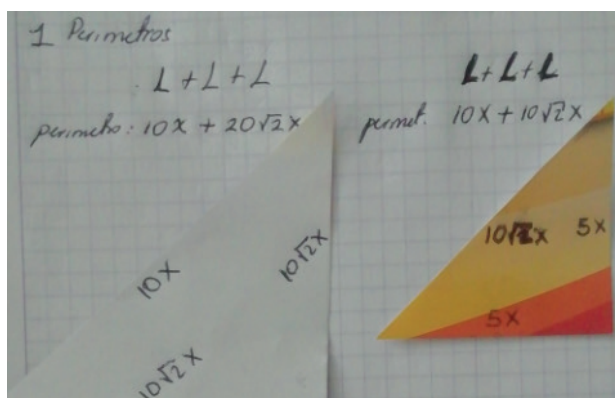


Figura 5. Situación 1, actividad 1.

La segunda actividad involucro la comparación de los perímetros de las figuras más pequeñas, poniendo a prueba las operaciones de sustracción entre términos algebraicos mediante las leyes de signos. Se aprecio que



26 de los estudiantes correspondientes al 76% contestaron correctamente, asumieron la idea de diferencia de forma comparativa y mediante inferencias, al concluir que el coeficiente del valor hallado debía ser más pequeño que los dos operados, ya que los términos semejantes asociaban no solo el término algebraico sino también la longitud del perímetro ya calculado. Ver figura 6.

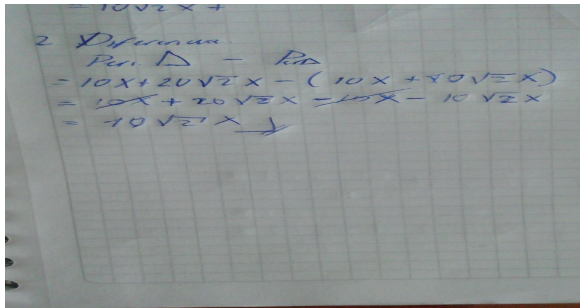


Figura 6. Situación 1, actividad 2

Situación didáctica 2

Multiplicación y simplificación de términos algebraicos mediante el cálculo y construcción de las áreas de las piezas del tangram.

Se realizan dos actividades cada una para superar los dos errores faltantes, la primera tiene la intención de atacar “*los errores que tienen origen en el obstáculo*” y la segunda actividad de la situación didáctica pretende derrotar “*los errores que se originan por ausencia de sentido*”. La descripción de las anteriores actividades se presenta a continuación. Tabla 2, situación didáctica 2.

Tabla 2.
Situación Didáctica 2

| Situación Didáctica 2: TANGRAM. | | Error a superar |
|--|---|--|
| Primera Actividad | Calcular el área del cuadrado y el triángulo grande del tangram (multiplicación de términos algebraicos). | Con origen en el obstáculo (obstáculo: confusión en la propiedad de potencias de igual base) |
| Segunda Actividad | Determinar cuántas veces cabe el cuadrado en el triángulo más grande del tangram en la más grande (división de términos algebraicos). | Originado por ausencia de sentido |

Elaboración propia



En la primera actividad

Se identificó que 21 estudiantes correspondiente al 61,75% realizaron el procedimiento correcto, los estudiantes restantes incurrieron en el error que tiene origen en el obstáculo, ya que realizaron la multiplicación de potencias de igual base multiplicando los exponentes de estas, otros aplicaron la fórmula el área directamente, como se aprecia en la figura 7.

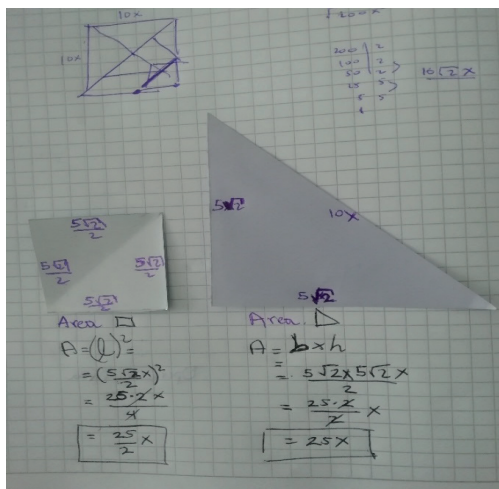


Figura 7. Situación 2, actividad 1.

En la segunda actividad

Se introdujo la operación de división mediante la simplificación, mediante la razón de superficies, 25 estudiantes correspondientes al 73,52% llegaron a la respuesta correcta, no obstante, los estudiantes llegaron a la respuesta rápidamente superponiendo entre si las figuras pequeñas con las grandes, lo que infirió al realizar el caculo algebraico ya que tenían conocimiento del resultado gracias a las piezas del tangram. Ver figura 8.

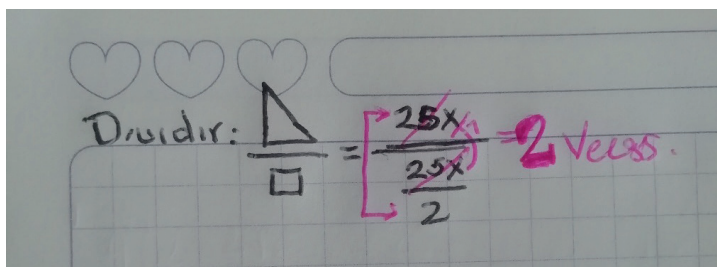


Figura 8. Situación 2, actividad 2.



Resultados de los dos Momentos

Se presenta el análisis de la evolución de los errores durante la investigación, en ella se comparan los cuatro errores (Socas M. , 1997) tomados para este trabajo, y la respuesta del grupo al uso del tangram en las dos situaciones didácticas como un medio para su superación.

Situación didáctica 1 (Tangram)- Vs -Prueba diagnóstica

Esta situación didáctica se planteó orientada a los estudiantes que incurrieron en el error durante la prueba diagnóstica, con el fin de que estos enfrentaran su saber erróneo en el campo geométrico, por ello a continuación se presenta el análisis basado en las dos actividades de la situación didáctica 1. Ver figura 5

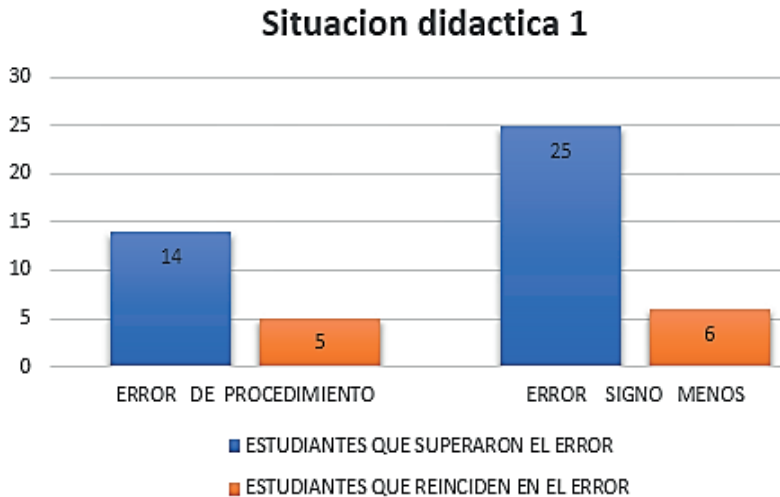


Figura 5. Estudiantes que superaron el error después de haberlo cometido en la prueba diagnóstica.

En la primera actividad de esta situación didáctica, se estableció que 9 de los 14 estudiantes superaron el error de procedimiento cometido durante la prueba diagnóstica, según ellos debido a la apropiación de las operaciones algebraicas aditivas a la inclusión de la herramienta didáctica, sin embargo, los 5 estudiantes restantes que no lo superaron, afirmaron confundir aspectos geométricos con aspectos operativos.

En la segunda actividad, se observó el error originado por el mal uso del signo menos, presento un mayor margen de superación que los demás



estudiados, ya que en la prueba diagnóstica tan solo 3 de los 34 estudiantes contestaron correctamente. De los 31 estudiantes que incurrieron en el error durante la prueba diagnóstica, 25 lo superaron durante la actividad. Se apreció la superación del error por medio del aprendizaje por exploración, en donde los estudiantes de forma individual llegaron a la respuesta.

Situación didáctica 2 (Tangram)- Vs -Prueba diagnóstica

Al finalizar la primera actividad de la situación didáctica 2, orientada a superar los errores de originados por obstáculos, se identificó que 18 de los 26 estudiantes que cometieron el error durante la prueba diagnóstica, lo superaron. Evidenciando la asociación del plano algebraico con el geométrico expuesto en el tangram.

En la segunda actividad, se abordó el error originado por la ausencia de sentido. 28 estudiantes realizaron el procedimiento de forma correcta de ellos, 17 que contestaron acertadamente habían incurrido en este error en el primer momento de esta investigación. A continuación, se especifica la eficacia de las actividades de la situación didáctica en la superación de errores de los estudiantes que habían cometido estos errores en la prueba diagnóstica. Ver figura 6.

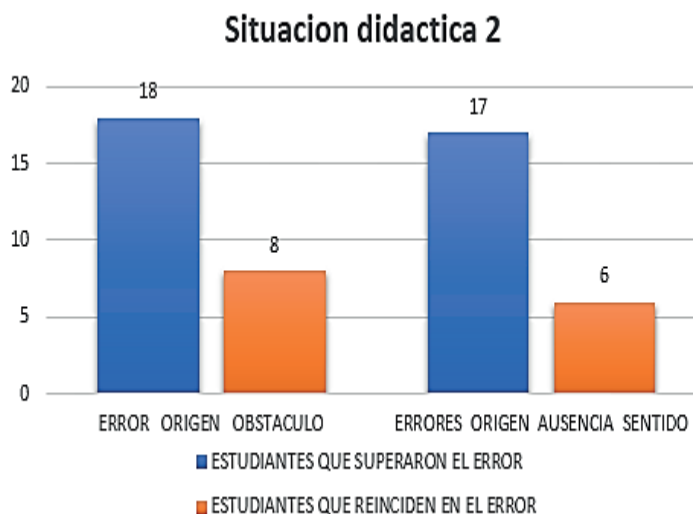


Figura 6. Estudiantes que superaron el error después de haberlo cometido en la prueba diagnóstica.



Conclusiones

A partir de resultados obtenidos, se puede establecer que la mediación del tangram permite superar los errores durante el aprendizaje del álgebra geométrica, al incorporar el pensamiento espacial a la metodología de enseñanza del docente, considerando el lenguaje geométrico del pensamiento algebraico en las actividades de clase.

El proceso de enseñanza magistral no desarrolla las suficientes perspectivas del objeto matemático álgebra geométrica, ya que se limita a los procesos operativos dejando de lado su aplicación.

En el aprendizaje de conceptos y procedimientos matemáticos es importante dar significado a los objetos matemáticos, para que el estudiante desarrolle una estructura cognitiva significativa, con el uso de las representaciones geométricas como el tangram, permitiendo que el estudiante afiance sus estructuras cognitivas, y luego encuentre similitudes entre lo algebraico y geométrico dando en este caso un aprendizaje significativo del tema.

En el desarrollo del trabajo se evidenció que los estudiantes deben manejar algunos conceptos previos de geometría y álgebra elemental para que puedan comprender y desarrollar la temática sin dificultades ajenas al tema, en especial al identificar que los estudiantes presentaron dificultades de aprendizaje en la parte algorítmica, utilización de paréntesis, al usar la ley de signos en los números enteros, operaciones entre números fraccionarios y las propiedades distributiva y asociativa.

Referencias Bibliográficas

- ARAYA, V., ALFARO, M., & ANDONEGUI, M. (2007). Constructivismo: Orígenes y Perspectivas. *Revista Laurus*, 76-92.
- BOCCO, M., & CLAUDINA, C. (2010). Errores en geometría: clasificación e incidencia en un curso preuniversitario. *Revista Iberoamericana de Educación*, 4-5.
- CASTILLO, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171 -194.



- GARCÍA, J. C., & JARAMILLO ECHEVERRI, L. G. (2012). Aportes del Método Fenomenológico a la Investigación Educativa. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 8(2), 51-74.
- GODINO, BENCOMO, D., FONT, V., & WILHELMI, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. 4-8.
- GODINO, J. D., & RUÍZ, F. (2002). *Matemática y su Didáctica para Maestros*. Granada: La Mediana. Polígono Juncaril. Albolote.
- GODINO, J. D., BENCOMO, D., FONT, V., & WILHELMI, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. Madrid: Universidad de Granada.
- GODINO, JUAN D; BATANERO, CARMEN. (1994). Significado institucional y personal de los objetos. 12.
- MARTÍNEZ, B. (2010). Juegos de todo el mundo: *TANGRAM*. 7.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Lineamientos Curriculares. Bogotá: Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). Estándares Básicos de Competencias. Bogotá: Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf.
- PARALEA. (1998). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra. Universidad de la laguna.
- PARALEA, M. (1998). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Tesis Doctoral Departamento de Análisis Matemático. Universidad de la Laguna, España.
- PONTE, J. P., BROCARDO, J., & HÉLIA OLIVEIRA. (2006). *Investigações matemáticas na sala da aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- SANDOVAL, E. Y. (2010). Las representaciones geométricas como herramienta para la construcción de significado de expresiones y operaciones matemáticas. Tegucigalpa.
- SOCAS, M. (1997). *Iniciación al Álgebra*. Síntesis.
- SOCAS, M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. *Uno*. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 7-24.

Forma de citar este artículo: González González, J. J. (2019) "El Tangram como Instrumento Mediador en el Aprendizaje del Algebra Geométrica" *Revista Voces y Realidades Educativas* (4) pp. 99 - 114
