



ESTUDIANTES INVESTIGANDO EN DISTINTOS CONTEXTOS. UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

STUDENTS INVESTIGATING IN DIFFERENT CONTEXT. A TEACHING AND LEARNING RESERCH PROPOSAL OF MATHEMATICS

Lida Esperanza Riscanevo Espitia¹
Edwin Fernando Cely Mesa²
Yuber Bayardo Rodríguez Pérez³

Recepción: 03/07/2019
Aceptación: 30/10/2019
Artículo de investigación

Resumen

En el presente artículo se pretende visibilizar el uso de la metodología de aulas investigativas en los procesos tanto de enseñanza por parte del docente, como de aprendizaje por parte de los estudiantes, en el desarrollo de dos actividades con las características propias de la misma, denominadas secuencias numéricas y cubos y cubitos. La primera sobre pensamiento numérico y sistemas numéricos y la segunda sobre pensamiento espacial y sistemas geométricos (Ministerio de Educación Nacional, 2006) y así evidenciar que cualquier objeto matemático, a cualquier nivel, se puede abordar bajo esta perspectiva.

- 1 Doctora en Ciencias de la Educación, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia - Tunja - Boyacá. Profesora Escuela de Matemáticas y Estadística Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia – Tunja – Boyacá, Grupo de Investigación Somos Maestr@s, E-mail: lida.riscanevo@uptc.edu.co.
- 2 Magister en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y tecnológica de Colombia - Tunja - Boyacá Grupo de Investigación Somos Maestr@s, Docente IE San Pedro Claver – Chitaraque – Boyacá, E-mail: fernandocely30@gmail.com.
- 3 Magister en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y tecnológica de Colombia - Tunja - Boyacá Grupo de Investigación Somos Maestr@s, Docente IE Divino Niño – Quípama – Boyacá, E-mail: yuber.rodriguez02@uptc.edu.co.



Es pertinente resaltar que, aunque esta metodología genere desde un comienzo un sinnúmero de retos a los actores involucrados en estos dos procesos, lo que se pretende es que a mediano plazo los estudiantes desarrollen un pensamiento crítico y reflexivo hacia los propósitos que se pretenden alcanzar con un determinado contenido, en pro de la construcción de un verdadero y significativo conocimiento matemático que perdure a través del tiempo. Mientras, que el docente debe permitirse manifestar un cambio de mentalidad respecto a la manera de cómo debería afrontar las dificultades que se le puedan presentar en su proceso de enseñanza y las herramientas con las que debe contar para superarlas. El enfoque metodológico fue de corte cualitativo de tipo analítico e interpretativo, cuyos instrumentos de recolección de datos fueron registros de audio, fotográficos y de video, además de los resultados escritos registrados por los estudiantes en las respectivas hojas de trabajo investigativo. Cabe resaltar que las aplicando esta estrategia metodológica, el aula de clase deja de ser un lugar estático para convertirse en un laboratorio donde los estudiantes son los artífices de su propio aprendizaje, aunque demanda aunar en esfuerzos para alcanzar los objetivos propuestos, tanto en el docente, como en el estudiante, ya que el primero debe convertirse en un orientador y el segundo en el actor principal en la construcción de su propio conocimiento.

Palabras claves: Aulas Investigativas, Constructivismo, Contextos, Proceso de Enseñanza y Proceso de Aprendizaje.

Abstract

In the current article, it is wanted to make visible the use of the methodology of research classrooms in the process of teaching (teacher), as well as the learning process (students) in the development of two activities with the proper characteristics of the same, named numeric sequences and cubes, and little cubes. The first activity is about the numeric thinking and numeric systems, and the second one is about spatial thinking and geometrical systems (Ministry of National Education, 2006) in order to evidence that any mathematical object, at any level, can be tackled under this perspective.

It is appropriate to highlight that, despite this methodology is very challenging for the actors involved in these two processes, what is wanted here is that in a medium term students develop a critical and reflective thinking when facing the purposes that are tried to be achieved with a determined content, favoring the construction of a true and meaningful mathematical knowledge that will last through ages. In the meantime, the teacher has to open up him/herself to a mindset change in regards to the way of how he/she should confront the



difficulties that can be seen in the teaching process and the tools that have to be taken into account to overcome them.

Key words: *research classrooms, constructivism, contexts, teaching process and learning process.*

Introducción

La labor docente implica superar a diario un sinnúmero de retos a los que se ven abocados y los cuales deben ser afrontados de manera certera y eficaz, para lograr motivar a los estudiantes a aprender de manera diferente y significativa la matemática. El vencer dichos retos le demanda, intrínsecamente, estar en una constante búsqueda de estrategias que le permitan encontrar soluciones pertinentes y contextualizadas para satisfacer las necesidades educativas que a diario se le puedan presentar a los estudiantes. La evidencia de ello, son los constantes cambios que experimenta la sociedad, y el mismo ser humano, el cual se encuentra en permanente evolución. Como cualquier área de conocimiento, la matemática no puede quedar estática y ajena a esta realidad, sino que debe tener un dinamismo que le evite estancarse en el pasado, por lo que debe tener un continuo desarrollo para abarcar los innumerables desafíos que a diario se puedan presentar, debido a que la materia prima son aquellos seres humanos de edad temprana que cuentan con toda la energía para potenciar su creatividad y sus diversas y múltiples capacidades.

Ahora bien, si la labor docente por sí misma implica los ya mencionados retos, la labor del docente de matemáticas le implica aún más, debido a que se encuentra enfrentado diariamente a dificultades que le exigen luchar sin cesar en la búsqueda de habilidades y destrezas para superarlas. En este punto, cabe resaltar que día tras día los paradigmas que se han forjado acerca de ella y que se manifiestan con más regularidad tal y como lo menciona Fonzi (1999), citando a Borasi & Siegel (1992) denominándolo “paradigma de transmisión”, el cual está caracterizado por: una visión de conocimiento como un cuerpo de hechos y técnicas establecidas, que resulta de la acumulación de resultados aislados, y puede así ser dividido y transmitido a los aprendices por los especialistas (perspectiva positivista del conocimiento); una visión de aprendizaje como una adquisición parcial de información y de capacidades a través de la audición, visión, memoria y práctica (perspectiva behaviorista del aprendizaje); y una visión de enseñanza como la transmisión directa de conocimiento que puede ser tanto o más eficaz cuando el profesor de explicaciones claras a los alumnos (perspectiva de enseñanza directa).



Esto debe generar en el docente de matemáticas una insaciable búsqueda de estrategias creativas y novedosas para transformar su propio quehacer, además de una incansable sensación crítica y reflexiva de su realidad y el entorno donde se desenvuelve profesionalmente. Es así, que debe encontrar en su trasegar, herramientas que no solo le lleven a transformar su manera de impartir las clases, sino cuestionar su proceder, sus metodologías de enseñanza, su forma de compartir su conocimiento y valorar y ponderar la manera en que una estrategia como la de aulas investigativas le pueden contribuir en la consecución de los objetivos que se trace en cada clase. Bajo esta perspectiva metodológica, la cual se fundamentan en el marco del constructivismo, se pretendió que con cada una de las actividades planteadas logran establecer la importancia que tiene la implementación de la investigación por parte de los estudiantes y del docente para que ellos pudieran asimilar de una manera más efectiva los conceptos que estaban implícitos en cada una de las tres actividades.

Referentes Teóricos

El constructivismo

Según Piaget (1971) el constructivismo como enfoque epistemológico parte de una concepción basada en la comprensión de los procesos del pensamiento, no como repetición donde cada resultado es producto de procesos cognitivos dentro de la mente humana, rechazando la idea de que el conocimiento es la representación de una realidad externa independiente del espectador, sino que va más allá de comprender la manera como la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos y como los organiza en estructuras y la aplicación que les da. Lo anterior influye en el papel del estudiante, en cuanto a la generación y desarrollo de sus conocimientos y la función del docente se convierte en la de mediador de las situaciones didácticas novedosas.

Para Flórez (2000), citado en Araya, Alfaro, & Andonegui (2007) identifica algunas posturas dentro del constructivismo aplicado a la educación, clasificándolo en cuatro corrientes, a saber: evolucionismo intelectual, desarrollo intelectual, desarrollo de habilidades cognitivas y construccionismo social, donde haciendo énfasis en la corriente evolucionista o desarrollista “la educación es concebida como un proceso destinado a estimular el desarrollo de la capacidad de pensar, deducir, sacar conclusiones, en fin, reflexionar, para lo cual los contenidos de la educación son sólo un medio” (p. 90), postura que está directamente relacionada con los planteamientos expuestos por Piaget, anteriormente



mencionados. Se deben tener en cuenta las capacidades mencionadas en la anterior cita, relacionadas con las capacidades investigativas que se abordarán más adelante. En esta misma postura Flórez (2000) afirma que:

(...) el estudiante o sujeto como un ser motivado intrínsecamente al aprendizaje, un ser activo que interactúa con el ambiente y de esta manera desarrolla sus capacidades para comprender el mundo en que vive. Si el individuo es activo en su proceso de aprendizaje, el docente debe proveer las oportunidades a través de un ambiente estimulante que impulse al individuo a superar etapas. (Araya et al, 2007, p. 90).

Nótese que, claramente quedan explícitas las funciones de los actores principales en la construcción del conocimiento, donde el estudiante se muestra como sujeto activo de su proceso de aprendizaje y el docente como agente motivador, que propicia los medios y provee de herramientas a los estudiantes para la consecución de los objetivos trazados y siguiendo una ruta planificada, donde se encontrará con incontables retos y desafíos propios de su labor investigativa.

Queda claro que el docente debe acercar cada uno de los contenidos matemáticos a los estudiantes, pero se debe tener presente que no se deben tratar análogamente como una vasija vacía que se debe llenar con una cantidad de saberes sin ningún sentido, sino que se deben aprovechar todas las capacidades, aportes y cuestionamientos que les surjan, para construir su propio conocimiento y de esta manera puedan alcanzar un aprendizaje que perdure a través del tiempo. En los lineamientos curriculares diseñados y establecidos por el Ministerio de Educación Colombiano (1998), esta idea de Piaget se plasma a través de la importancia dada a la psicología genética y dentro de esta perspectiva se señala la relevancia a la construcción de conocimientos.

La teoría genética ha mostrado que el desarrollo consiste en la construcción de estructuras intelectuales progresivamente más equilibradas; es decir, que permiten un mayor grado de adaptación de la persona al medio físico y social mediante una serie de intercambios múltiples y variados con el mismo. (Coll, 1986, p. 9).

Además, la perspectiva constructivista en matemáticas es muy coherente con la pedagogía activa y se apoya en la psicología genética, ya mencionada; se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que les da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en



el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de su propio aprendizaje. De esta manera, queda claro que el estudiante es el arquitecto del conocimiento que quiere adquirir y de la forma en que enfrente los obstáculos y los retos que se le puedan presentar en el proceso podrá obtener el éxito que espera, es decir, la asimilación de los contenidos matemáticos de una manera dinámica y novedosa. Para Waldegg (1998), ratificando lo anteriormente descrito, menciona que “las teorías constructivistas reivindican el papel activo del estudiante en la construcción de su conocimiento” (p. 23), pero además señala que “(...) esto no significa, como en algún momento se entendió, que había que dejar solo al estudiante, para que la “construcción” se diera de manera automática enmarcada en un desarrollo cognitivo predeterminado” (p. 23), es así que el estudiante aunque sea el actor principal en el proceso que conlleva a su propio aprendizaje, este no le llega por arte de magia o por una revelación divina, sino que necesita que lo apoyen en esta construcción, en el sentido metafórico de no se debe dejar ahogar en un posible mar de dudas, sino que se debe enviar un salvavidas cada vez que lo requiera, lo que convierte al docente en un permanente y atento guía.

Es así como Godino (2010), haciendo referencia a las teorías del aprendizaje derivadas de la epistemología genética de Piaget, menciona que “si bien la ejecución de tareas piagetianas está correlacionada con logros aritméticos, las operaciones lógicas no han suministrado una ayuda adecuada para explicar la capacidad del niño para aprender los conceptos y destrezas matemáticas más básicas” (p.17). Estos preceptos son coherentes con los principios de las aulas investigativas como metodología de enseñanza de las matemáticas. Como lo indica Ponte (2006).

...las investigaciones matemáticas son un tipo de actividad que todos los alumnos deben experimentar, ubicando las preguntas que debe hacer y de cómo será posible realizarlas en el aula de matemáticas. En este punto entra en juego el rol del docente formulándose las siguientes preguntas: ¿cómo organizar el trabajo?, ¿qué camino se debe recorrer? o ¿qué se puede esperar del desempeño de los estudiantes? ¿cuál puede ser el papel del profesor?” (p. 25).

Todas estas preguntas orientarán el proceso de aprendizaje de los estudiantes, desde la mirada atenta del docente, el cual desarrollará su creatividad, curiosidad, capacidad de análisis y síntesis, además de encontrar la forma de sacarlo de la rutina de enseñanzas tradicionalistas. De igual manera se generará un trabajo más colaborativo entre estudiantes al laborar en equipos, lo que permitirá establecer capacidades tales como la empatía, la resiliencia, entre otras. Así, las maneras en las que el estudiante logra



extender o ajustar sus explicaciones para manejar una situación nueva son múltiples: mediante la discusión de sus conjeturas con sus compañeros de clase, mediante la contratación de sus alcances con resultados anticipados, mediante la modificación de las condiciones originales de la situación para llevarla a circunstancias conocidas, con la utilización de mediadores como la computadora, la calculadora u otros materiales (los mal llamados manipulativos), etcétera. Desde este punto de vista, para Waldegg (1988), el aula es un microcentro de investigación, lo que le permitirá a los estudiantes sacar sus propias conclusiones a partir de sus experiencias, de sus ensayos, de sus errores, de sus vivencias, de las “discusiones” entre sus compañeros, de la manipulación propia con los recursos utilizados en cada una de las actividades diseñadas y desarrolladas dentro del aula y quizá lo más importante, valorar el proceso que debe recorrer para llegar a las respuestas que satisfagan su curiosidad. Más que el resultado o meta final, es el camino que debe recorrer lo que hace más interesante sus progresos mediante los procedimientos hechos por cada uno de ellos.

Aulas Investigativas

Se puede decir que las aulas investigativas son espacios de reflexión donde los estudiantes construyen su propio conocimiento con orientación del docente, quien se convierte en el mediador entre lo que desea enseñar y lo que quiere que su estudiante comprenda, sin seguir instrucciones sino orientaciones a partir de preguntas que le van surgiendo en el proceso investigativo. En la tabla 1 se resumen los momentos y las actividades involucradas a la hora de realizar una investigación, lo que ayudará a comprender mejor los pasos llevados a cabo a la hora de implementar esta estrategia pedagógica.

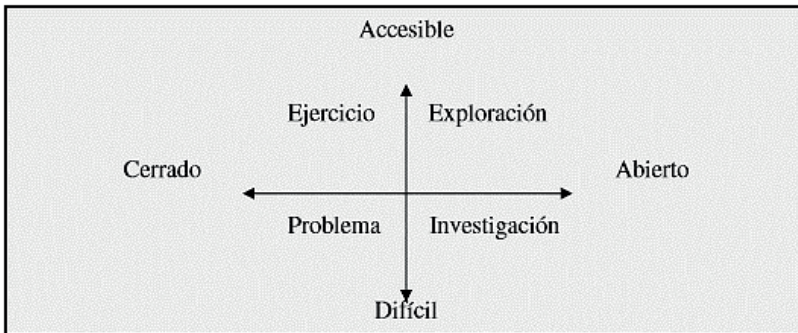
Tabla 1
 Momentos en la realización de una investigación

Momentos	Actividades involucradas
Exploración y formulación de preguntas	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer una actividad matemática. • Explorar una situación problemática. • Formular preguntas.
Conjeturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar datos. • Formular conjeturas.
Pruebas y reformulación	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar pruebas. • Refinar las conjeturas.
Justificación y evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Justificarlas las conjeturas. • Evaluar el razonamiento o los resultados del razonamiento.

(Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003, p. 21)



Dichos momentos se distribuyen en tres formas de trabajo en clase: el trabajo individual, el trabajo por equipos y el trabajo con el grupo en general. Ahora bien, para el normal y continuo desarrollo de este tipo de metodología se debe tener claro el tipo de tarea a desarrollar. Para Ponte, J. P. (2004), el tipo de tarea debe estar claramente definida y hace las siguientes clasificaciones.



Cuadro 1. Los distintos tipos de tareas, según el grado de dificultad y de apertura

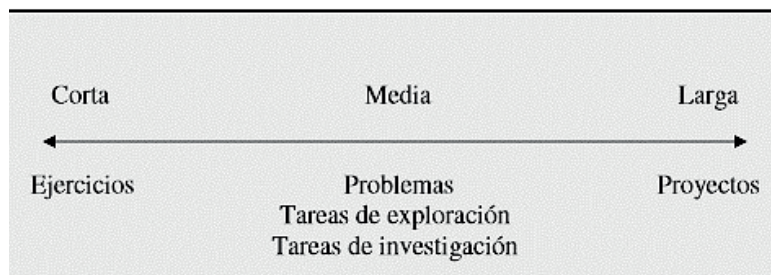
Acerca de estas, se puede mencionar que una tarea cerrada es aquella en la que se expresa con claridad lo que se da y lo que se pide y una tarea abierta es la que comporta un grado de indeterminación significativo en lo que se da, lo que se pide, o en ambas (Ponte, 2004). Además, explica mediante este plano cartesiano que se obtiene de cruzar estas dimensiones, la manera en que las divide en cuatro cuadrantes, explicándolas de la siguiente manera:

Teniendo en cuenta las propiedades correspondientes, podemos situar en ellos los tres tipos de tareas que se presentaron anteriormente (véase el cuadro 1):

- Un *ejercicio* es una tarea cerrada y accesible (Cuadrante II).
- Un *problema* es una también cerrada, pero que entraña una dificultad elevada (Cuadrante III).
- Una *investigación* entraña un grado de dificultad elevada, pero es una tarea abierta (Cuadrante IV).



Luego, las clasifica según su duración así.



Cuadro 2. Los distintos tipos de tareas, según la duración

En lo que se refiere a la duración de una tarea matemática, esta puede ser corta o larga, tal como se indica en el cuadro 2. Un ejemplo de una tarea de larga duración, que divide muchas de las características de las investigaciones, es un *proyecto*. Las tareas de larga duración pueden ser muy ricas y permitir aprendizajes profundos e interesantes, pero tienen un elevado riesgo de que los alumnos se dispersen por el camino, se bloqueen, pierdan el tiempo con cosas irrelevantes o la abandonen a medias (Ponte, 2004). Finalmente, respecto al contexto donde se desarrollen las tareas matemáticas estas:



Cuadro 3. Los distintos tipos de tareas, según el contexto

En este punto, los extremos vienen determinados por las tareas encuadradas en un contexto de la realidad y las tareas formuladas en términos puramente matemáticos. Skovsmose (2000), en uno de sus artículos, distingue un tercer contexto que designó como “semirrealidad” y que es extremadamente frecuente en los problemas y ejercicios de matemáticas. Aunque aparentemente se pongan en entredicho situaciones reales, para el alumno, estas pueden no significar gran cosa. Dejando de lado este aspecto, la mayoría de las propiedades reales de las situaciones no se tienen en cuenta (Ponte, 2004).

Con lo anteriormente expuesto, también cabe resaltar el papel del docente como agente activo en el proceso educativo, especialmente en el diseño e implementación de las tareas matemáticas para aplicar a los estudiantes,



además de tener claros los objetivos que se pretendan alcanzar, se generan muchas expectativas, unas realistas, otras quizá un tanto utópicas pero al final procuran alcanzar una misma meta, la cual no es nada más ni nada menos que la comprensión significativa de los objetos matemáticos involucrados en dichas actividades, no solo para que les sirva en un instante determinado para resolver una serie de ejercicios sino para que los puedan aplicar en la solución de diversas situaciones problemáticas y en cualquier contexto.

Metodología

El desarrollo de esta investigación se llevó a cabo bajo un enfoque cualitativo, de corte analítico, ya que se plantearon dos actividades bajo la perspectiva de aulas investigativas, las cuales fueron desarrolladas en dos instituciones educativas del sector oficial del departamento de Boyacá-Colombia, a saber: Institución Educativa Divino Niño del municipio de Quípama y la Institución Educativa San Pedro Claver del municipio de Chitaraque. Se trabajaron con diferentes grados en cada institución, pero con la misma finalidad, que era lograr que los estudiantes llegaran a generalizar sus resultados a partir de la manipulación de material, la interacción entre docente investigador y estudiantes, que también fungían como investigadores, bajo los parámetros y lineamientos de la perspectiva ya mencionada.

Las actividades se denominaron: “secuencias numéricas” y “cubos y cubitos”, cuyos objetivos se mencionarán a continuación, cuando se explique detalladamente cada una de ellas.

Análisis de actividades

Diseño de tareas

Las dos actividades planteadas son de corte exploratorio-investigativas, las cuales según Ponte (2006) deben permitir que los estudiantes exploren, organicen datos, lancen afirmaciones, refuten y refinan conjeturas, validen y generalicen. En primera instancia las actividades se desarrollan de manera individual, para posteriormente resolverlas de manera grupal por equipos de trabajo, siempre con el acompañamiento del docente, para finalmente hacer la socialización grupal de los resultados obtenidos. Las



actividades fueron aplicadas a dos grupos de estudiantes en dos contextos distintos, estudiantes de grado 9º de la I. E. San Pedro Claver del municipio de Chitaraque y estudiantes de grado 6º de la I.E. Divino Niño Cormal de Quípama del departamento de Boyacá, ambas instituciones oficiales, la primera ubicada en el sector urbano y la segunda ubicada en el sector rural), donde cada docente investigador seleccionó el grupo según su criterio, con el propósito de analizar si la edad de los estudiantes haría que los objetivos trazados sufrirían alguna diferencia considerable. A continuación, se describirán los procesos y metodología llevada a cabo en la solución de las dos tareas.

Tarea Nª 1 “secuencias numéricas”

El objetivo que se pretendía lograr con el desarrollo de esta primera actividad era el de generalizar la ubicación (entre la intersección del Nº de fila y el Nº de columna) de ciertos números naturales, seleccionados de manera intencionada mediante el uso de ciertas reglas aritméticas, que involucren diversos tipos de pensamiento. Adicionalmente, se intentaba determinar el grado de comprensión de los estudiantes respecto al análisis, interpretación y posterior deducción de generalidades respecto a una situación problema que involucra secuencias numéricas. A continuación, se muestra el formato de distribución de la secuencia numérica como le fue presentada a los estudiantes para que empezaran a desarrollarla.

Tabla 2
 Presentación de la actividad Nª 1

		COLUMNAS			
		C1	C2	C3	C4
FILAS	F1	0	1	2	3
	F2	4	5	6	7
	F3	8	9	...	
	F4				
	F5				
	.				

Fuente. Rodríguez y Cely (adaptado de Riscanevo, 2018)

Como primera medida, el docente explicó de manera clara y concreta la actividad, desempeñando un papel preponderante, ya que la manera como presenta la actividad determinará el éxito de la misma, teniendo en cuenta que dicho éxito no dependerá de dar una única respuesta a los cuestionamientos por parte de los estudiantes, sino que será el orientador



del proceso, donde más que buscar solución inmediata se generarán más cuestionamientos, como se mencionan en los Lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (1998) “el trabajo del profesor es en cierta medida inverso al trabajo del investigador, él debe hacer una recontextualización y una repersonalización de los conocimientos” p(13-14). Además, se evidencia su importancia en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes, y no solo el de ellos sino el de su quehacer diario y la manera que orienta sus enseñanzas. Al respecto mencionan: “debe también dar a sus alumnos los medios para encontrar en esta historia particular que les ha hecho vivir, lo que es el saber cultural y comunicable que ha querido enseñarles”. Este aspecto se presenta en la siguiente fotografía:



Imagen 1. Presentación de la actividad N° 1

Actividad N^a 2 denominada “cubos y cubitos”

El objetivo trazado para esta actividad era el de diagnosticar el grado de comprensión en cuanto al concepto de volumen de un cubo o hexaedro a partir de la compilación de cubitos y la capacidad de inferir conclusiones a partir de ciertas características propias del mismo. Se parte del trabajo individual, donde cada estudiante debe determinar cuántos cubos son necesarios para construir un cubo de arista 3, 4, 5, ..., n cubitos. Después de construido el cubo de arista “3 cubitos”, se solicita pintarlo por sus caras exteriores. Posteriormente, el docente como orientador del proceso planteó los siguientes interrogantes: ¿Cuántos cubitos quedarán con una única cara pintada?, ¿Cuántos con dos caras pintadas?, ¿Cuántos con tres caras pintadas?, ¿Cuántos cubitos quedarán sin caras pintadas? Antes de responder los cuestionamientos, y a modo de presentar una orientación, para que los estudiantes reconozcan el objetivo de la actividad, se hace necesario mostrarles una simulación, primero en dos dimensiones y luego en tres dimensiones de los hexaedros o cubos como se muestran en las imágenes tres y cuatro.

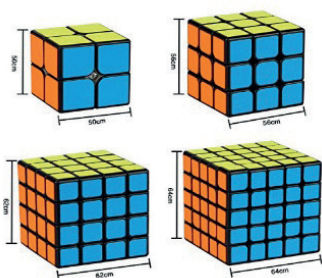


Imagen 3. Ayuda visual para desarrollar actividad N° 2. Cubos de Rubik

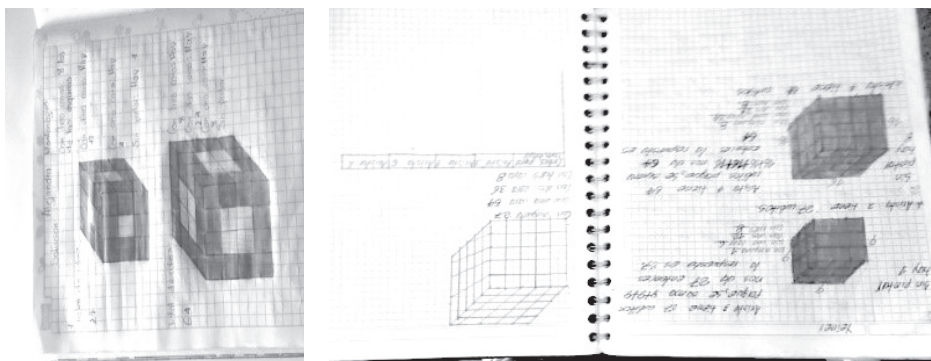


Imagen 4—Representación en 2 dimensiones de los cubos

En la siguiente etapa del proceso, el docente plantea el trabajo en equipo, para que los estudiantes analicen lo que pasaría si se pinta un cubo de arista “4 cubitos”, “5 cubitos” y si seguimos esa secuencia de pintar otros cubos cuya arista se incrementa en una unidad de manera continua. A continuación, el docente investigador les solicita que hagan un diseño que les ayude a indagar lo que pasaría luego de realizar la actividad descrita anteriormente, organizando en una tabla los datos descubiertos sobre el número de “cubitos” con 0, 1, 2 y 3 caras pintadas en cubos de 3 x 3 x 3, 4 x 4 x 4, 5 x 5 x 5 “cubitos”, etc.

Después de diseñar la tabla, debían analizar los resultados obtenidos para luego redactar algunas conclusiones. Al ver que los estudiantes no lograban entender la forma de organizar los datos, se les orientó sobre la forma de ubicar las variables en cuestión. Un ejemplo que se les planteó se muestra en la tabla N° 2.



Tabla 2

Propuesta de los autores para desarrollo de la actividad N° 2

NÚMERO DE CUBITOS POR ARISTA CUBITOS NECESARIOS PARA ARMAR EL CUBO N° DE CARAS PINTADAS	3	4	5	6	7...	n (GENERALIZACIÓN)
	0					
1						
2						
3						
TOTAL						

Fuente. Rodríguez y Cely (Elaboración propia de los autores)

A partir de esta tabla, los estudiantes pueden visualizar de una manera más clara la forma en que debían organizar los datos para alcanzar los objetivos de la actividad. De acuerdo a lo anterior plantean las posibles respuestas de los interrogantes de esta actividad y la solución de la misma, la cual se basó en los componentes del análisis de contenidos, el modo de aplicarlos y las ilustraciones. Es esta etapa cobra aun mayor importancia tanto el rol del estudiante, como el rol del docente para analizar los resultados.

Resultados

Tarea N^a 1 “secuencias numéricas”

En un primer momento de la investigación en el aula, denominada exploración y formulación de preguntas, los estudiantes como menciona Ponte (2006), deben reconocer la actividad matemática, explorar una situación problemática y formular preguntas. De igual manera menciona que ...el docente debe garantizar que todos los estudiantes entiendan la tarea propuesta...¹ (p.26). En esta primera actividad los estudiantes escribieron los primeros números de la secuencia, presentada en la tabla N.º 2 y luego comenzaron a responder las preguntas que se plantean a continuación:

1. ¿En qué fila se ubica el número 10?
2. ¿En qué columna se ubica el número 17?
3. ¿En qué fila se ubica el número 21?

¹ Traducción propia de los autores



4. ¿En qué fila y en qué columna se ubica el número 16?
5. ¿En qué fila y en qué columna se ubica el número 35?, ¿y el 40?, ¿y el 47?...
6. Determina la fila y la columna dónde se ubican los números 473, 517, 2 358...

Como segundo momento, según Ponte (2006, p. 21), el cual denomina conjeturas, el estudiante debe organizar datos y formular conjeturas basadas en las respuestas iniciales de los cuestionamientos ya mencionados. De acuerdo a esto los docentes investigadores tuvieron que preocuparse porque el aprendizaje se inicie y se conciba a partir de una experiencia realista, la interacción con sus compañeros, para que de esta forma se desarrollen habilidades matemáticas dentro de una realidad individual y social.

En este instante el docente debe estar muy atento, en caso de los estudiantes muestren desinterés y conformismo, debido a que les cuesta poner un mayor esfuerzo para resolver este tipo de actividades que les generan un reto. A esta altura, los estudiantes se quedaron simplemente con los puntos cuya respuesta salía de manera inmediata. Ahora bien, cabe mencionar, de manera crítica y constructiva, que la explicación realizada por el docente fue insuficiente en la planeación de la actividad, ya que como se mencionan en los lineamientos curriculares: “el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que puedan vivir y en las que los conocimientos van a aparecer como la solución óptima y describible en los problemas planteados” debido a que los estudiantes empezaron a vacilar respecto del camino que debían seguir, donde algunos simplemente desistieron de responder las últimas preguntas.

Surge en este punto un interrogante por parte del docente investigar: ¿Cómo mantener la motivación por aprender de los estudiantes, cuando las respuestas que ellos esperan no las encuentran de manera inmediata, sino que tienen que complementarlas con procesos propios de su labor investigativa que están llevando a cabo?

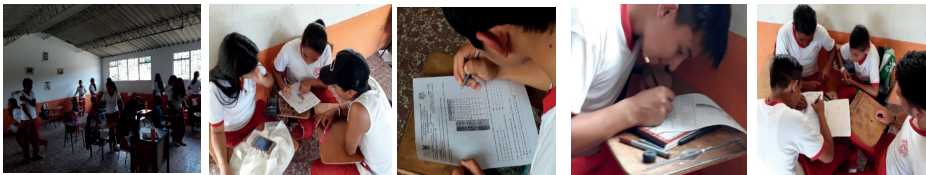
Los estudiantes que presentaron mayores dificultades, comenzaron a buscar ayuda entre sus pares y el docente investigador, donde es pertinente citar la importancia de las tres fases de una investigación en el aula, las cuales según Ponte y otros (2006) en la que se fomenta el trabajo individual para posteriormente llevarlo a cabo en forma colaborativo en



pequeños grupos, para que entre ellos debatieran y hallaran estrategias conjuntas para resolverla.

En el tercer momento del proceso investigativo denominado por Ponte (2006) pruebas y reformulación, se evidenció que los estudiantes que habían resuelto los puntos con mayor complejidad fueron los que lideraron cada grupo desarrollando nuevamente la prueba, recargando el trabajo de equipo en un solo estudiante en ciertos casos. Surge en esta parte otro interrogante ¿Cómo involucrar a la gran mayoría de estudiantes en el proceso de aprendizaje cuando se tiene tan marcada la cultura de dar resultados inmediatos y en donde no se valora el proceso sino la inmediatez de la respuesta? En este apartado cabe mencionar lo que enuncian los lineamientos curriculares respecto al trabajo del alumno “encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrar soluciones”. Además, hubo carencia de la hipótesis teleológica (Waldegg, 1998) ya que no hubo una intención por aprender por parte de algunos estudiantes, presentándose una falta de determinación por “resolver” una situación novedosa.

En el cuarto momento del proceso investigativo denominado justificación y evaluación por los mismos autores, se socializaron las opiniones de los estudiantes respecto de la actividad, en lo que manifiestan y justifican sus conjeturas y evalúan el razonamiento de sus resultados: Los primeros 4 puntos a la gran mayoría le parecieron fáciles de resolver, aunque hubo casos en donde manifestaron no haberlos entendido y por lo cual desistieron de resolver la actividad. Para el quinto y sexto punto generaron dificultad a la gran mayoría y pocos estudiantes dieron respuesta a los mismos; manifestaron que les hacía falta más capacidad de análisis, interés por la asignatura, concentración y disciplina.



Registro fotográfico



En las actividades realizadas durante el proceso con el grupo N° 2, se planteó de la siguiente manera:

1. El docente presenta el tema a tratar, los objetivos a desarrollar, la metodología, la forma de evaluar, su respectiva motivación y da inicio a la actividad.
2. Después de unos minutos los estudiantes comenzaron a completar la serie y responder el cuestionario planteado, respondiendo sólo hasta la quinta pregunta, encontraron más dificultad a partir de la sexta.
3. Algunos estudiantes encontraron varias regularidades, para poder encontrar números más grandes, filas pares e impares, diagonales con múltiplos de tres de cinco, etc. otros habían hecho un listado bastante extenso de números como se verá más adelante en el registro fotográfico.
4. Varios estudiantes desistieron con el desarrollo de la actividad, argumentando sobre la dificultad de encontrar el número de fila o columna para números grandes.
5. El docente revisa cada uno de los trabajos realizados por los estudiantes y toma evidencias fotografía de lo que hicieron.
6. Finalmente se realiza la evaluación y autoevaluación de la actividad, destacando la actitud, dedicación, ganas de desarrollar la actividad propuesta. Además, los resultados encontrados fueron muy satisfactorios y la reflexión que mostraron los estudiantes fue bastante interesante.

En la actividad de series numéricas, se tuvo en cuenta el desarrollo integral del estudiante, donde hubo preocupación en que el aprendizaje se genere a partir de la experiencia, mediante el contacto con los objetos, la interacción con los demás y la adaptación al entorno; para lograr de esta manera activar los procesos mentales, desarrollar habilidades matemáticas dentro del contexto individual y social.

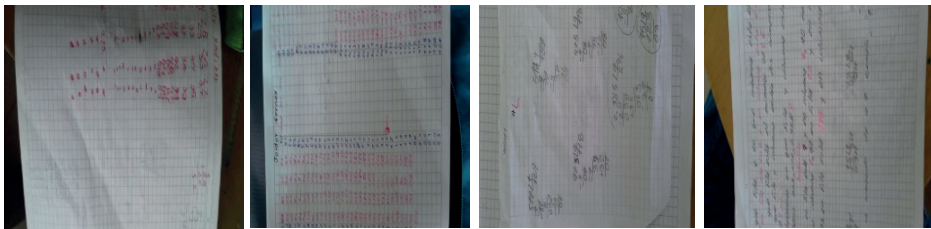
A manera de conclusión, se evidencia que algunos estudiantes no se desprenden de lo figurativo, es decir, de la parte gráfica, de encontrar respuestas cortas a los cuestionamientos y trazan soluciones inmediatas, mientras que otros plantean regularidades o expresiones algebraicas para



dar respuesta a todas las preguntas de la situación problema planteada. Lo cual se sustenta y se toma como evidencia para decir que este tipo de actividades dan la posibilidad a los estudiantes de establecer diferentes estrategias para resolver una situación que los saca de su zona de confort, ya que pueden responder las preguntas y además construir el pensamiento matemático.

Como puntos a tener en cuenta se plantean los siguientes aspectos:

- Como motivación es importante que cualquier actividad solo se requiere práctica para lograr cada vez mejores resultados.
- Con la actividad se pretende desarrollar el pensamiento inductivo en los estudiantes.
- Continuar series numéricas dados los primeros términos, se intenta descubrir regularidades y propiedades de series numéricas y buscar diferentes estrategias en la solución de problemas.
- Completar sucesiones numéricas constituye un elemento de reflexión por parte de los estudiantes para descubrir regularidades. Al comienzo en forma individual y al final la socialización grupal.
- Para valorar el proceso es necesario tener presente la actitud, el trabajo desarrollado, la dedicación y el interés en la actividad propuesta. Además, los procesos desarrollados y las regularidades encontradas, complementadas con la argumentación y reflexión plasmada en su material de trabajo.
- Importante tener en cuenta el control de calidad que el estudiante hace de su propio proceso mental, su concepción de los conceptos y estrategias que utilizó para resolver la situación, tanto lo que aprendió como las reflexiones que pudo sacar.





Tarea N^a 2 “cubos y cubitos”

Hasta este momento el nivel de motivación es favorable, posteriormente comienzan a tener dificultad al aumentar el número de aristas lo cual requerían un abordaje ligado a las experiencias cotidianas de los estudiantes, donde tienen que aplicar diferentes estrategias para resolver la situación, encontrar resultados, verificarlos e interpretarlos, llegar a una solución o tal vez a ninguna. Es acá donde algunos desistieron de realizar la actividad, sin embargo, otros continuaron desarrollando esta actividad retadora, buscando sentido lógico a sus descubrimientos. Finalmente, comienzan a comunicar, preguntar y discutir para justificar y evaluar sus argumentos.

La información que cada estudiante obtuvo, fue comparada y revisada para encontrar similitudes y diferencias, como también la elección y justificación de procedimientos, mediante expresiones verbales o algebraicas. En este instante es importante tener en cuenta los momentos que utiliza Ponte (2006), donde se organizan los datos, se formulan y reafirman conjeturas.

En la etapa final, mencionada por el mismo autor, se analizan los resultados utilizando la sistematización en forma razonada de las experiencias vividas tanto por el docente como por el estudiante, donde se muestra un ambiente escolar mucho más propicio y se logran cambios positivos en las actitudes de los estudiantes, lo que se evidencia en la activa y dinámica participación de los estudiantes y el desarrollo de la actividad. Realizaron la representación gráfica de los cubos, plasmando la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. De igual forma comenzaron a contar el número de cubitos para construir cubos de aristas 3, 4 y 5 cubitos; posteriormente colorearon el exterior, para luego comenzar a contar cuantos cubitos quedaban sin ninguna cara pintada, cuantos, con una, dos y tres caras pintadas; Los estudiantes recapitulan, recuerdan y aplican su sentido numérico que adquirieron desde grados inferiores, mediante la utilización de valores numéricos de situaciones del mundo que los rodea y sus interrelaciones con el contexto.

Conclusiones

Para implementar la estrategia metodológica de aulas investigativas en el área de Matemáticas es necesario cambiar muchos paradigmas que



se tienen acerca de esta. Primero las aulas de clase deben dejar de ser unos sitios inertes que solo sirven de refugio para que de una manera estática los estudiantes reciban sus clases para convertirse en laboratorios de aprendizaje donde los estudiantes sean los artífices de su propio aprendizaje. Además, el rol del docente deja de ser el del único dueño del conocimiento que imparte para convertirse en un guía que oriente el proceso entre lo que desea enseñar y lo que espera que sus estudiantes comprendan de manera significativa. Y el papel del estudiante sí que debe sufrir un cambio drástico, ya que deja de ser un actor pasivo de simple receptor, para convertirse en el actor principal de su aprendizaje, donde debe poner toda su atención para alcanzar este propósito. Todos los interrogantes y errores que le puedan surgir en este proceso ya no serán ignorados y mucho menos cuestionados, sino que serán tomados como oportunidades para alcanzar el éxito.

En el desarrollo de la primera actividad denominada series numéricas, se pretendía que los estudiantes descubrieran ciertas regularidades, buscando diferentes estrategias en la solución de problemas para ampliar el pensamiento inductivo, constituyendo un elemento de reflexión y de argumentación, lo que denomina Ponte el momento de justificación y evaluación, dentro de la perspectiva de aulas investigativas. Se evidencia que algunos estudiantes no se desprenden del registro simbólico, del conformismo y de lo elemental, mientras que otros plantean regularidades o expresiones algebraicas para dar respuesta a todas las preguntas de la actividad planteada. Lo cual se toma como evidencia para decir que este tipo de actividades dan la posibilidad a los estudiantes, de establecer diferentes estrategias para resolver una situación, ya que pueden responder las preguntas y además construir el conocimiento matemático.

Es importante tener en cuenta el aspecto emocional, como lo menciona Fonzi (1999), donde el docente aprende a liderar este aspecto, a sentir una considerable frustración o una exaltación en el intento de enseñar, dentro del marco de las aulas investigativas ya que cualquier actividad solo se requiere práctica para lograr cada vez mejores resultados. Para el docente este tipo de investigación le genera un reto desafiante debido a que le implica mayor esfuerzo y trabajo. Adicional a esto, el docente imparte la actividad a desarrollar orientándola, en primera instancia de forma individual y proyectándola luego de manera grupal para finalizar con la socialización de las conclusiones halladas. Para valorar el proceso es necesario tener presente la actitud, el trabajo desarrollado, la dedicación



y el interés en la actividad propuesta. También, se debe tener en cuenta las ideas previas con las que cuenta de los conceptos y las estrategias que utilizó para resolver las situaciones, tanto de lo que aprendió como las reflexiones que pudo deducir, esto explicado por Ponte en el momento de la evaluación y la justificación de conjeturas.

En el caso del docente, para Fonzi (1999), debe suministrarle al estudiante la orientación apropiada, y los recursos de apoyo para desarrollar la clase, explicando claramente el objetivo de cada actividad, requiere hacer una pausa para observar la actitud y posteriormente orientar el trabajo de los estudiantes. En cada momento tanto estudiante como docente en su interrelación se enfrentan ante múltiples cuestionamientos. El docente debe estar dispuesto a brindar los espacios para promover discusiones mostrando estrategias para responder a las necesidades de los estudiantes, reflexionando permanentemente sobre su quehacer.

Igualmente, en el razonamiento lógico, los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y aplicación de algoritmos, sino que tienen sentidos, son lógicas, potencian la capacidad de pensar matemáticamente y de paso disfrutan su proceso de aprendizaje, sintiéndose agente dinámico y no pasivo de dicho proceso.

Referencias Bibliográficas

- ARAYA, V., ALFARO, M., & ANDONEGUI, M. (2007). Constructivismo: Orígenes y Perspectivas. *Revista Laurus*, 76-92.
- FONZI, J. (1999). Compreender o que é necessário para apoiar os professores no desenvolvimento de uma pedagogia de inquirição: Identificando as suas necessidades de aprendizagem e práticas adequadas de desenvolvimento profissional. En *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp.51-68). Matemática para todos Editora. Lisboa. Portugal.
- GARCÍA, J. C., & JARAMILLO ECHEVERRI, L. G. (2012). Aportes del Método Fenomenológico a la Investigación Educativa. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 8(2), 51-74.
- GOLDENBERG, E. (1999). Quatro Funções da Investigação na Aula de Matemática. En *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp.35-50). Matemática para todos Editora. Lisboa. Portugal.



- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Lineamientos Cuuriculares. Bogotá: Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). Estándares Básicos de Competencias. Bogotá: Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf.
- OLIVEIRA, H., SEGURADO, I., PONTE, J. Y CUNHA, M. (1999). Investigações Matemáticas na Sala de Aula. En Investigações matemáticas na aula e no currículo (pp.121-132). Matemática para todos Editora. Lisboa. Portugal.
- OLIVEIRA, H., SEGURADO, I., PONTE, J. (1999). Explorar, Investigar e Discutir na Aula de Matemática. En Investigações matemáticas na aula e no currículo (pp.175-182). Matemática para todos Editora. Lisboa. Portugal.
- PONTE, J. P., BROCARD, J., & HÉLIA OLIVEIRA. (2006). Investigações matemáticas na sala da aula. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- PONTE, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. In J. Giménez, L. Santos, & J. P. Ponte (Eds.), La actividad matemática en el aula (pp. 25-34). Barcelona: Graó.
- PONTE, J., FERREIRA, C., BRUNHEIRA, L., OLIVEIRA, H. Y VARANDAS, J. (1999). Investigando las Aulas de Investigações Matemáticas. En Investigações matemáticas na aula e no currículo (pp.133-152). Matemática para todos Editora. Lisboa. Portugal
- PORFIRIO, J., Y OLIVEIRA, H. (1999). Uma Reflexão em Torno das Tarefas de Investigações. En Investigações matemáticas na aula e no currículo (pp.111-120). Matemática para todos Editora. Lisboa. Portugal.
- SCOVSMOSE, O. (2005). Escenarios de investigación. En Revista EMA. Vol. 6, N° 1, 3-26 Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1122/1/70_Skovsmose2000Escenarios_RevEMA.pdf
- WALDEGG, G. (1998). Principios Constructivistas para la Educación Matemática, Revista EMA, 4 (1), 16-31.

Forma de citar este artículo: Riscanevo Espitia, L. E., Cely Mesa E. F., & Rodríguez Pérez, Y. B. (2019) “Estudiantes Investigando en Distintos Contextos. Una Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas” *Revista Voces y Realidades Educativas* (4) pp. 27 - 48.
